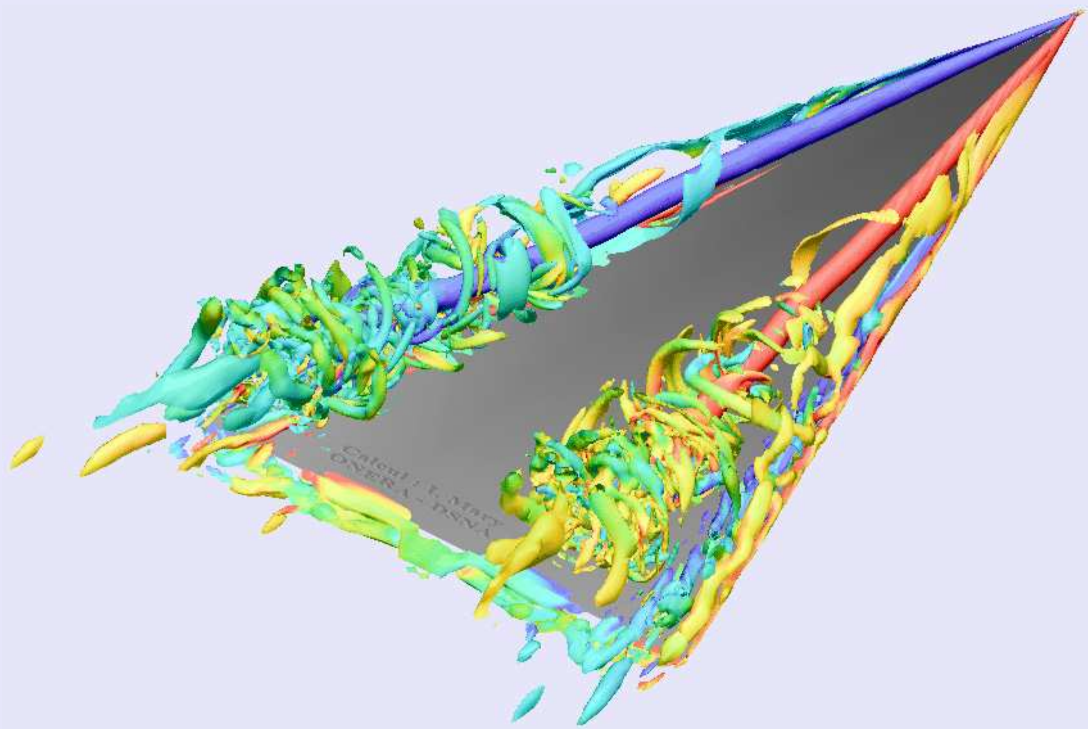
Problèmes typiques de la simulation numérique tridimensionnelle et instationnaire

Lionel Larchevêque

Laboratoire IUSTI, UMR CNRS 6595, groupe supersonique
Ecole polytechnique de Marseille



lionel.larcheveque@polytech.univ-mrs.fr

Plan

- Pour mieux se comprendre...
- Turbulence et structures cohérentes
- Structures cohérentes : les approches subjectives
- Structures cohérentes : les approches objectives
- Comparaison (visuelle) des approches objectives
- Mieux voir, mieux comprendre
- Visualisations en tous genre
- Bibliographie

Pour mieux se comprendre (1/2)

- Utilisation de la convention de sommation sur les indices répétés

$$a_i\, b_i \longrightarrow \sum_{i=1}^{3} a_i\, b_i$$

- Tenseur de Kroenecker

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad i \neq j \\ 1 & \text{si} \quad i = j \end{cases}$$

Pour mieux se comprendre (2/2)

- Equations de Navier-Stokes (incompressible)
  - variables
    - vitesse u_i
    - masse volumique ρ
    - pression p
    - viscosité cinématique ν
  - équation de continuité

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

  - équation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \, \partial x_j} \tag{2}$$

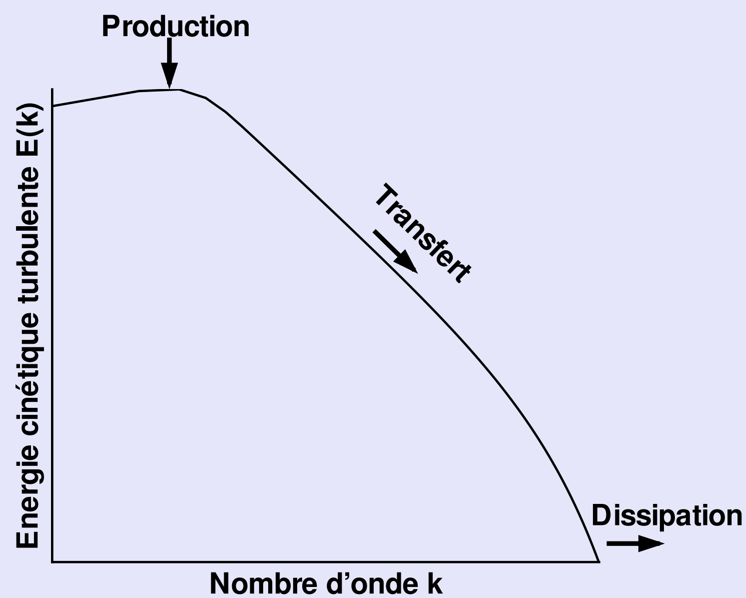
Turbulence et structures cohérentes

- Introduction à la turbulence
- un bref historique des structures cohérentes

Introduction à la turbulence (1/2)

La turbulence :

- phénomène instationnaire
- phénomène tridimensionnel (généralement)
- phénomène non-linéaire
- phénomène multi-échelles
- apparaît lorsque inertie $\gg$ dissipation
- régule l'énergie dans l'écoulement par
  - un transfert non-dissipatif entre échelles ...
  - ...pour augmenter la dissipation



Introduction à la turbulence (2/2)

La cascade de Kolmogorov-Richardson

Big whorls have little whorls,
Which feed on their velocity,
And little whorls have lesser whorls,
And so on to viscosity.

Lewis F. Richardson, 1922

Dynamique de la turbulence $\longrightarrow$ dynamique tourbillonnaire

- transfert d'énergie conservatif entre tourbillons ...
- ...vers des tourbillons plus petits ...
- ...par un mécanisme d'étirement tourbillonnaire

- Parmi ces tourbillons, certains :
  - sont intenses
  - ont une durée de vie T_c longue :

$$T_c \gg \left(\vec{rot}\,\vec{u}\right)^{-1}$$

$\Rightarrow$ structures cohérentes

Un bref historique des structures cohérentes (1/3)

Observées depuis longtemps

Leonard de Vinci
étude d'un écoulement
c. 1513

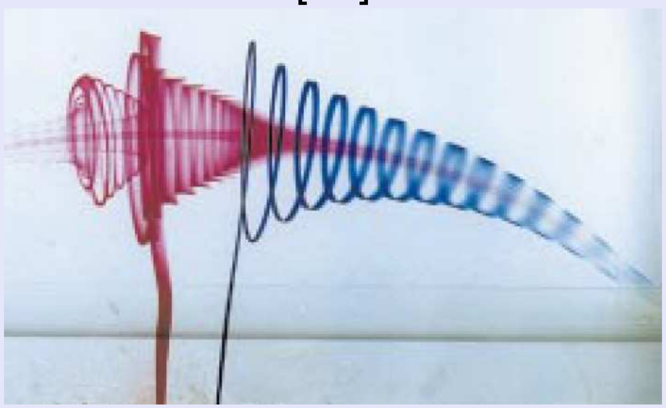
Étudiées plus avant depuis les annés 60

- Expérience sur les jets [5]
- Expérience sur les couches de mélange [3]
- Analyse numérique de stabilité [7]

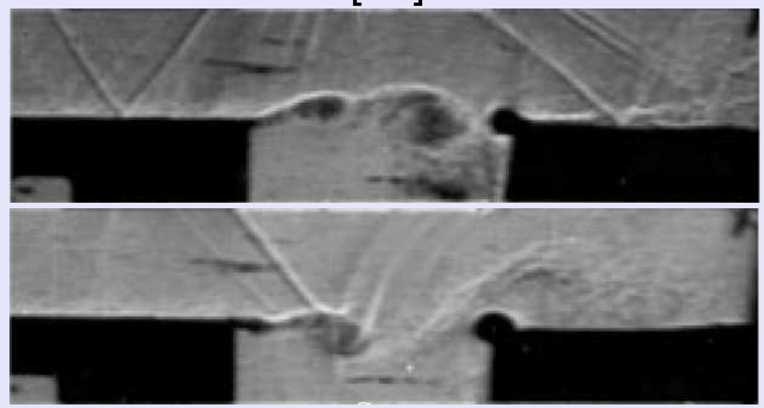
Un bref historique des structures cohérentes (2/3)

Visualisations expérimentales

[22]



[25]



Méthodes de caractérisation

- statistiques en deux points
- moyenne de phase
- P.O.D. (voir cours J. Delville)
- Ondelettes (voir cours K. Schneider)

Un bref historique des structures cohérentes (3/3)

Approches numériques

- Avant 1985
  - Approche moyennée (en temps) : RANS

$$\left.\begin{array}{l}\text{stationnaire}\\ \text{bidimensionnelle}\end{array}\right\} \Rightarrow \quad \text{pas de structure cohérente}$$

- Après 1985
  calculs instationnaires
  calculs tridimensionnels
  - Simulation numérique directe (DNS) [8]
  - Simulation des grandes échelles (LES) [4]

$\Rightarrow$ possibilité d'étudier la dynamique tourbillonnaire turbulente

Problème : comment caractériser un tourbillon dans un champ 3D instationnaire

Structures cohérentes : les approches subjectives

- Présentation des cas test
- Lignes de courant
- Zone de haute vorticité
- Zone de basse pression

Présentation des cas test (1/3)

Calculs de type simulation des grandes échelles

- permet d'étudier des écoulements mélangeant
  - zones pleinement turbulente,
  - instationnarités à grande échelle.

Ecoulement de culot de plaque [32]

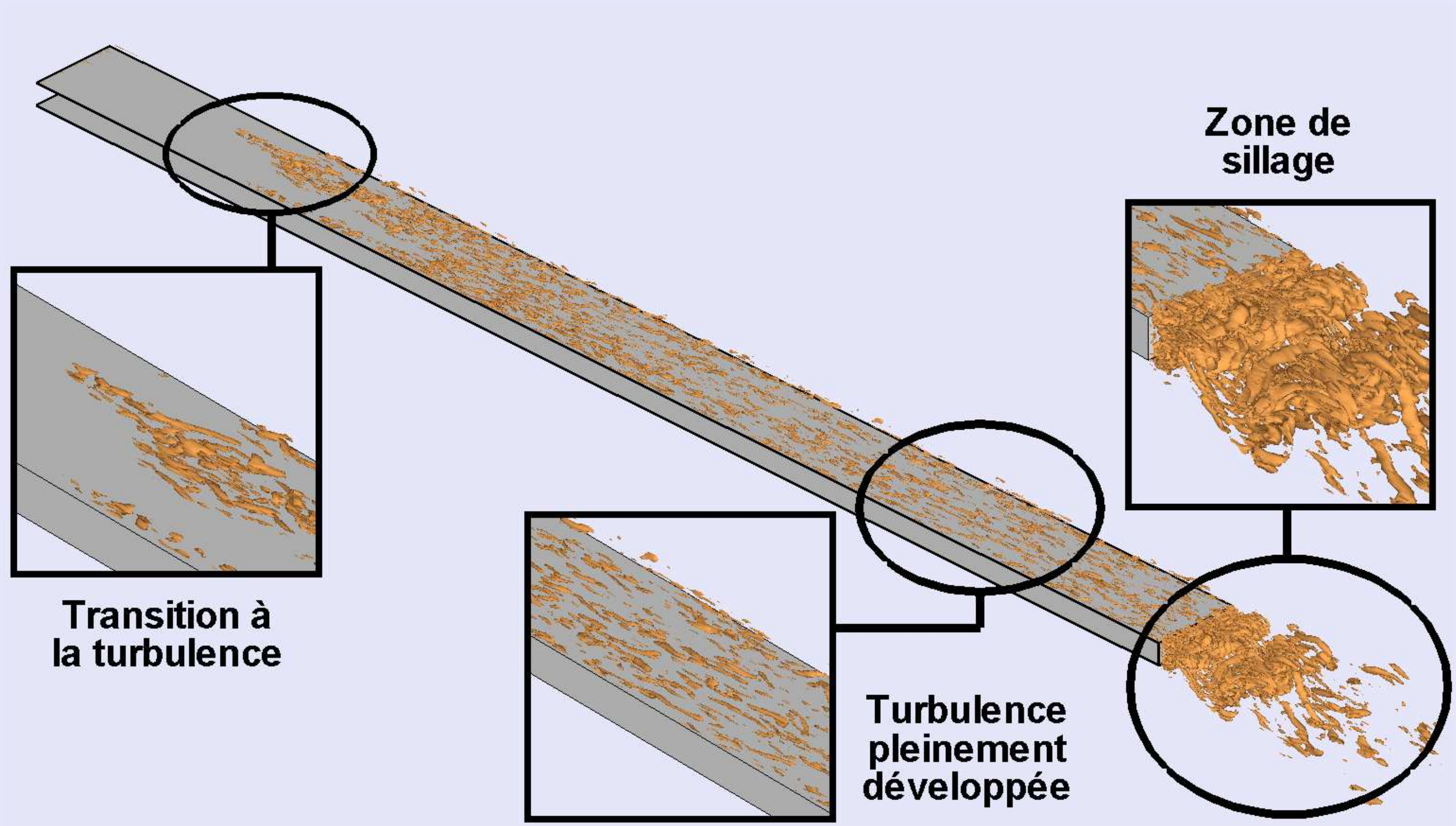
- quasi-incompressible (M=0,4)
- physique variée :
  - transition laminaire-turbulent
  - turbulence de paroi pleinement développée
  - zone de sillage avec allée de Von Karman

Ecoulement de cavité [28]

- faiblement compressible (M=0,8)
- couplage aéroacoustique entre
  - tourbillons de la couche de mélange forcée
  - ondes de pression

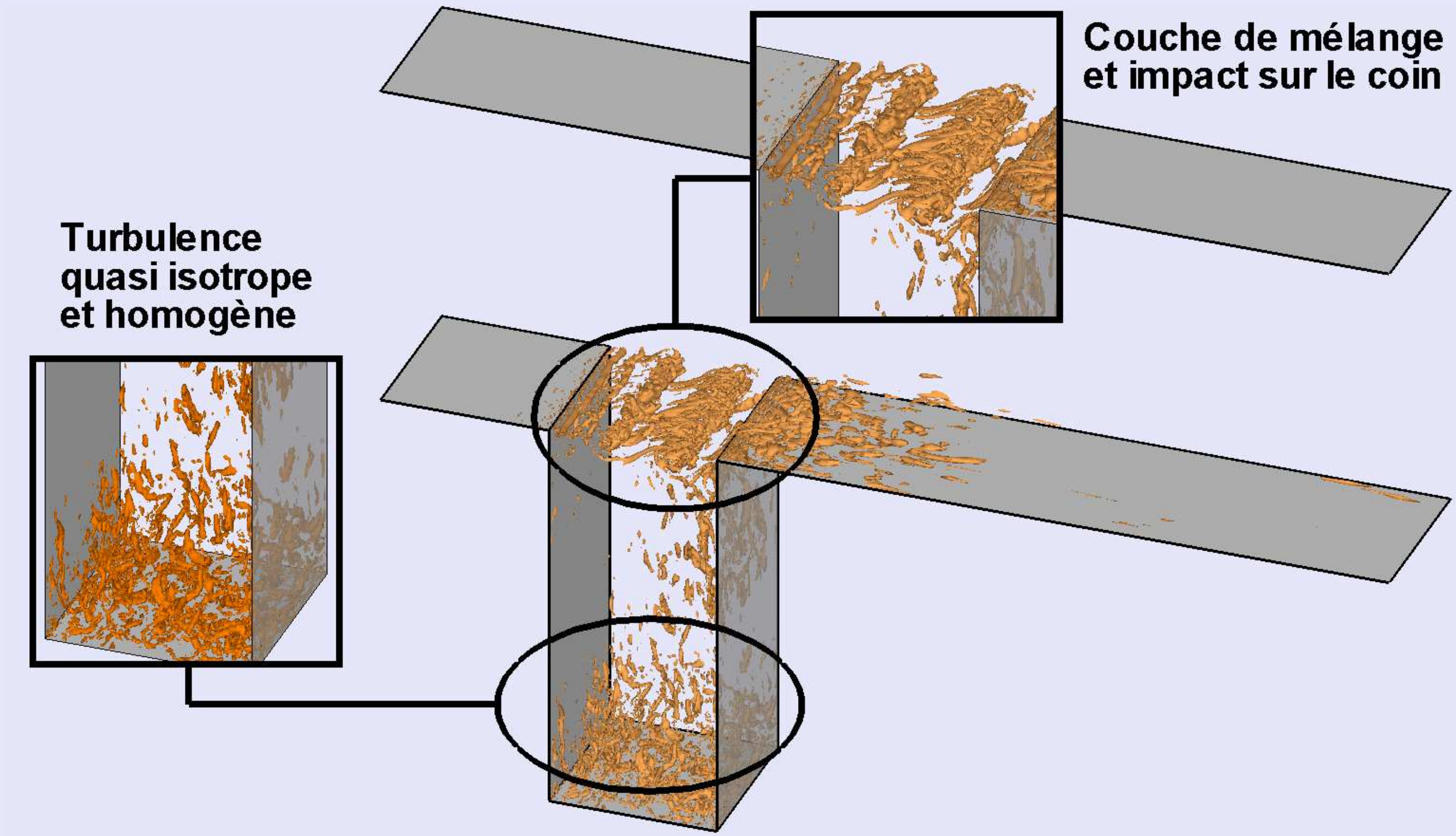
Présentation des cas test (2/3)

Ecoulement de culot de plaque



Présentation des cas test (3/3)

Ecoulement de cavité



Lignes de courant (1/2)

Définition

- Courbe tangente en tous points au vecteur vitesse

Justifications

- se rapproche des visualisations expérimentales par filets colorés
- utilisées pour caractériser les zones de recirculation des calculs RANS.

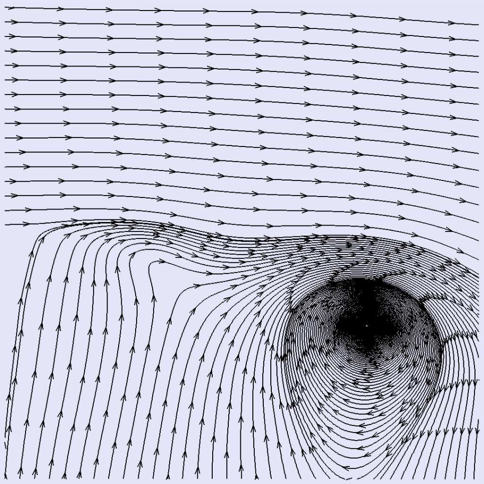
Limitations

- en instationnaire, lignes de courant $\neq$ trajectoires
  - solution : résoudre une équation pour un scalaire passif
- difficile à visualiser si le champ de vitesse est très fluctuant spatialement

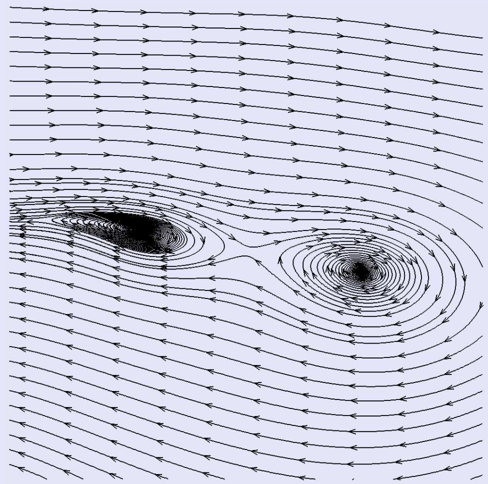
Lignes de courant (2/2)

Limitations (suite)

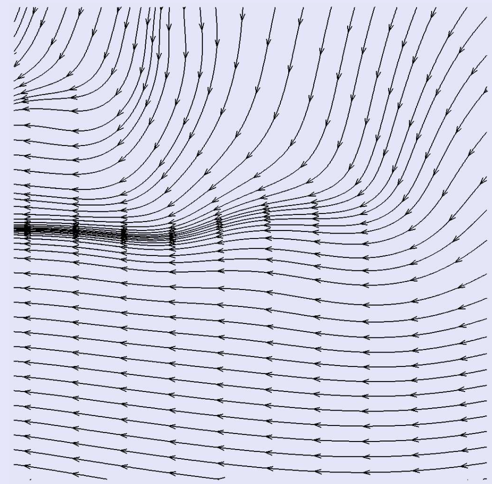
- Représentation non-invariante par changement galiléen de référentiel



$U_{\text{réf.}} = 0$



$U_{\text{réf.}} = U_{\text{tourbillons}}$



$U_{\text{réf.}} = U_{\text{extérieure}}$

Zone de haute vorticité (1/3)

Définition

- vorticité $\overrightarrow{\omega}=\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{u}$
- $\|\ \overrightarrow{\omega}\ \|$ pour une approche isotrope
- l'un des ω_i pour une approche orientée

Justifications

- analogie entre structures cohérentes et tubes de tourbillons
- haut niveau de vorticité au sein des structures cohérentes

Limitations

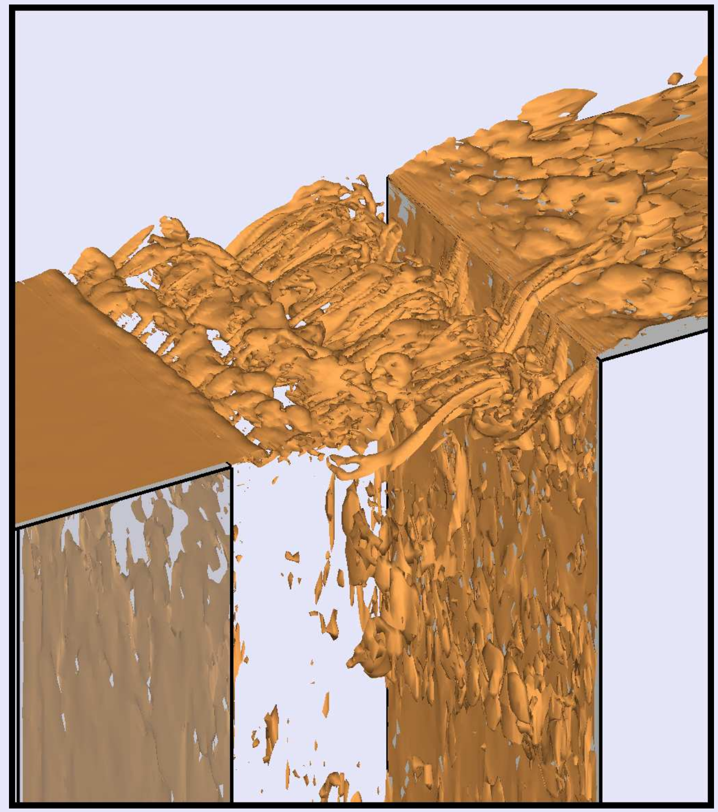
- inclue les régions de cisaillement sans rotation (proche paroi)
  - solution : soustraire le champ de cisaillement

Zone de haute vorticité (2/3)

Illustrations : vorticité absolue

Sillage de culot

Couche de mélange

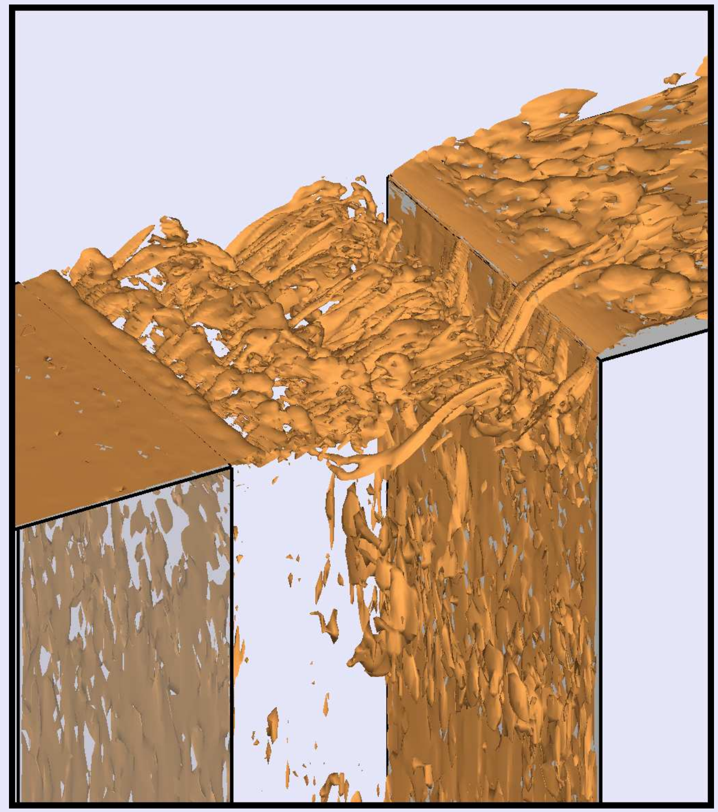


Zone de haute vorticité (3/3)

Illustrations : vorticité fluctuante

Sillage de culot

Couche de mélange



Zone de basse pression (1/3)

Justifications

- bien corrélées expérimentalement avec les structures cohérentes
- intuitivement : dans le repère du tourbillon, la pression compense la force centrifuge
- mathématiquement
  équation 2 sous forme rotationelle :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \left(p + \frac{1}{2}\rho \left\| \vec{u} \right\|^2 \right) \tag{3}$$

Puisque T_c est grand, $\dfrac{\partial \vec{u}}{\partial t}$ est négligeable, d'où

$$\vec{\omega} \times \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \left(p + \frac{1}{2}\rho \left\| \vec{u} \right\|^2 \right) \text{ : équilibre cyclostrophique} \tag{4}$$

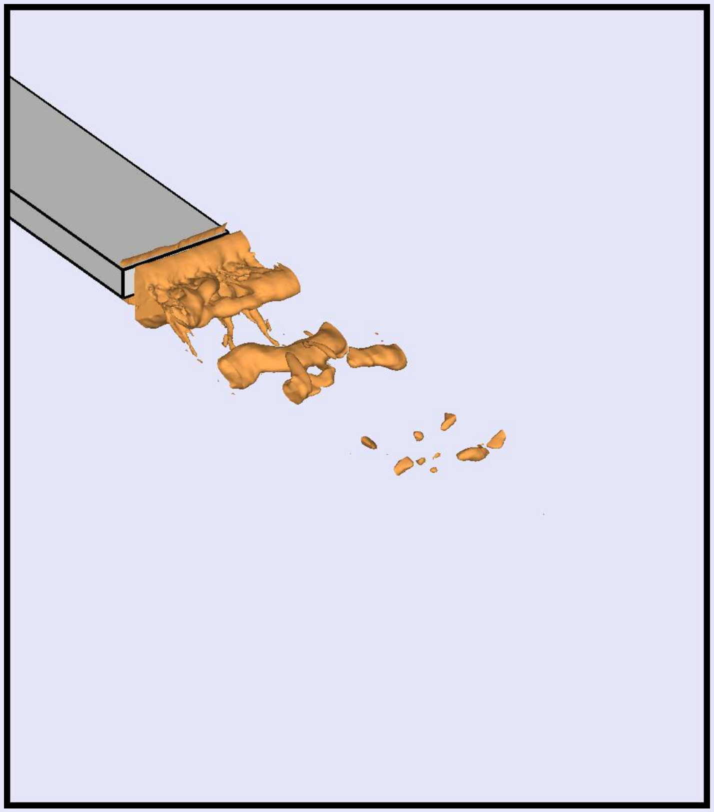
Limitations

- Très forte variabilité de p au sein de l'écoulement
  - solution : soustraire un champ de pression moyen

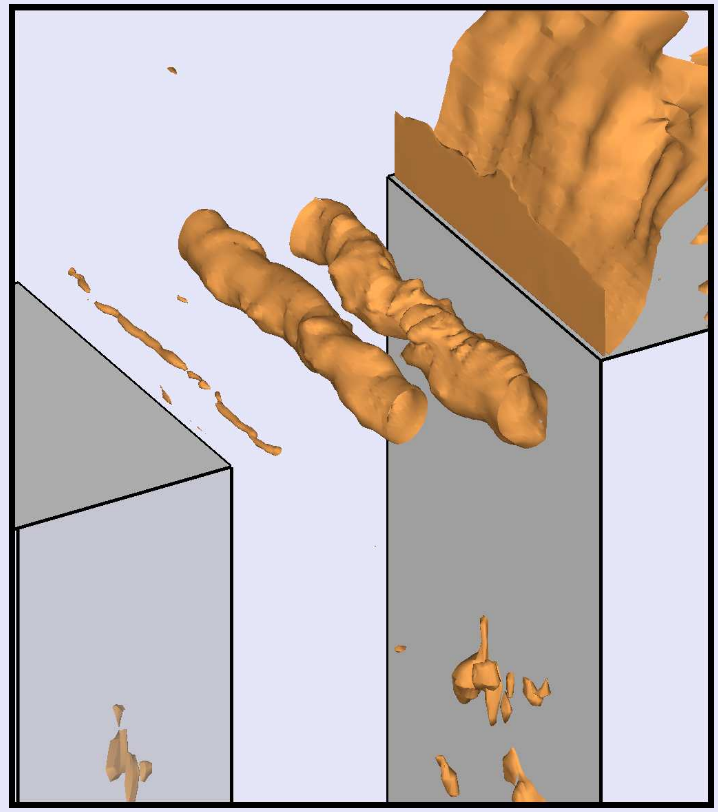
Zone de basse pression (2/3)

Illustrations : pression absolue

Sillage de culot



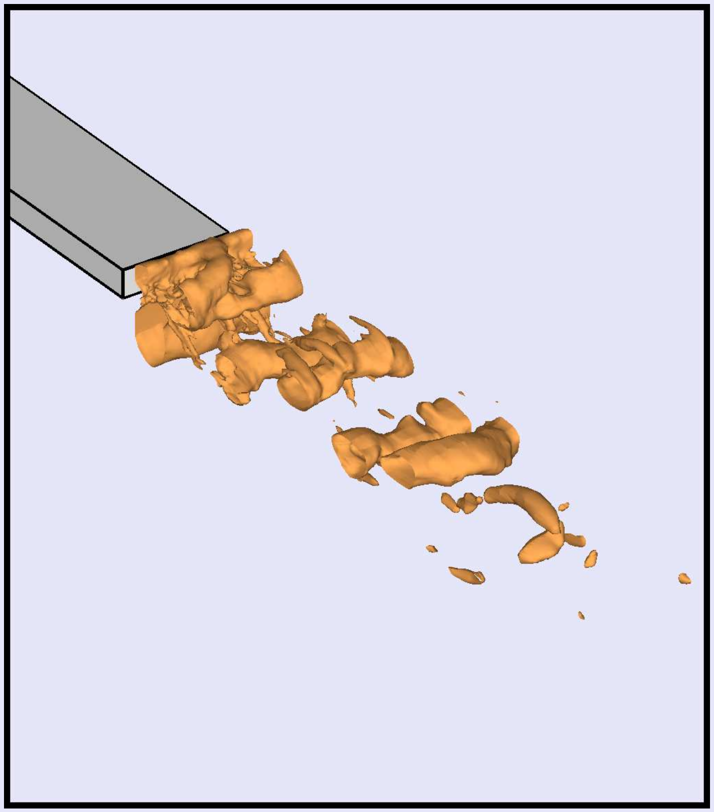
Couche de mélange



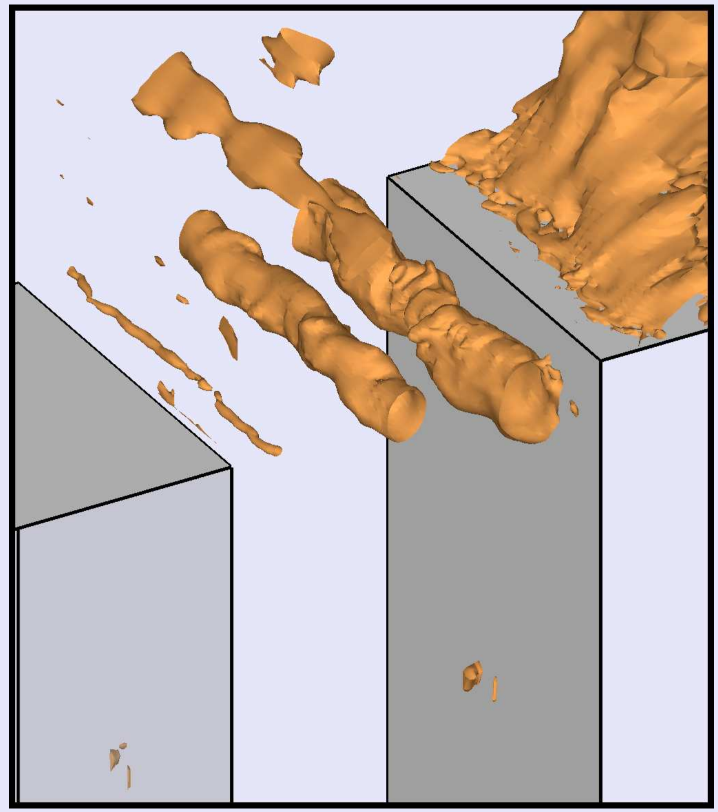
Zone de basse pression (2/3)

Illustrations : pression fluctuante

Sillage de culot



Couche de mélange



Structure cohérentes : les approches objectives

- **Critère Δ**
- **Critère Q**
- **Critère λ_2**
- **Relations entre les critères**
- **Cas des écoulements compressibles**
- **Autres approches**

Critère Δ [10] (1/3)

Idées directrices

- étude du comportement en un point de l'écoulement dans un repère se déplaçant à la vitesse locale
- tourbillons assimilés à des trajectoires de particules de type rotation.

Formulation

- linéarisation des équations du mouvement
  - introduction du tenseur des gradients de vitesse $\nabla \mathbf{u}$:

$$(\nabla \mathbf{u})_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \tag{5}$$

  - équation pour la vitesse dans le repère local :

$$u_i^\star = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} x_j^\star \tag{6}$$

Critère Δ [10] (2/3)

Formulation (suite)

- étude des trajectoires
  - formulation du système dynamique

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \tag{7}$$

  - diagonalisation du système et classification en fonction des valeurs propres :

$$\left.\begin{array}{c} \text{valeurs propres complexes} \\ \Leftrightarrow \\ \text{discriminant } \Delta < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \text{courbes fermées ou en spirales}$$

$$\boxed{\text{Régions tourbillonnaires} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta < 0}$$

Critère Δ [10] (3/3)

Comportement la paroi

- Paroi portée (arbitrairement) par le plan (x_1, x_2) :
  il vient :
  $$\frac{\partial .}{\partial x_1} \equiv 0 \qquad \frac{\partial .}{\partial x_2} \equiv 0 \qquad \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0 \tag{8}$$
  d'où
  $$\nabla \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \alpha, \beta \in \mathrm{R} \tag{9}$$
  L'équation caractéristique de $\nabla \mathbf{u}$ se réduit donc à $\lambda^3 = 0$
- La paroi ne peut correspondre à une zone tourbillonnaire au sens de ce critère.

Critère Q [15] (1/4)

Idées directrices

- Un tourbillon est une région où la rotation domine le cisaillement
- Un tourbillon est une zone de basse pression

Formulation

- Séparation de $\nabla \mathbf{u}$ en parties symétrique et antisymétrique

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = S_{ij} + \Omega_{ij} \tag{10}$$

avec

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad \text{tenseur des taux de cisaillement} \tag{11}$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad \text{tenseur des taux de rotation} \tag{12}$$

Critère Q [15] (2/4)

Formulation (suite)

- Calcul d'une norme de ces deux tenseurs :

$$\|\mathbf{S}\|^2 = S_{ik}S_{jk}\,\delta_{ij} = S_{ij}S_{ij} \tag{13}$$

$$\|\mathbf{\Omega}\|^2 = \Omega_{ik}\Omega_{jk}\,\delta_{ij} = \Omega_{ij}\Omega_{ij} \tag{14}$$

- Différence entre les deux normes :

$$Q = \frac{1}{2}\left(\|\mathbf{\Omega}\|^2 - \|\mathbf{S}\|^2\right) \tag{15}$$

$Q > 0 \quad \Rightarrow$ taux de rotation $>$ taux de cisaillement

$\boxed{\text{Régions tourbillonnaires} \quad \Leftrightarrow \quad Q > 0}$

Critère Q [15] (3/4)

Formulation (suite)

- écriture plus explicite :

$$\Omega_{ij}\Omega_{ij} = \frac{1}{4}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - 2\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (16)$$

$$S_{ij}S_{ij} = \frac{1}{4}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + 2\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad (17)$$

d'où

$$Q = -\frac{1}{2}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (18)$$

Comportement la paroi

- d'après les équations 8 et 18, $Q \equiv 0$ à la paroi
- La paroi ne peut correspondre à une zone tourbillonnaire au sens de ce critère.

Critère Q [15] (4/4)

Réinterprétation du critère

- divergence de l'équation 2 :

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}\right) \tag{19}$$

soit, après développement et permutation de l'ordre des dérivations :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right) + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}\right) \tag{20}$$

- hypothèses :
  - fluide incompressible
  - dynamique essentiellement non-visqueuse au coeur du tourbillon

  alors, en injectant les équations 1 et 18 dans 20 il vient :

$$Q = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} \tag{21}$$

Critère λ_2 [16] (1/6)

Idées directrices

- rechercher un minimum de pression
- s'affranchir des effets du cisaillement instationnaire
- s'affranchir des effets de la viscosité

Critère λ_2 [16] (2/6)

Formulation

- tenseur gradient de l'équation de quantité de mouvement 2 :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_k}\right) \tag{22}$$

soit, en permutant l'ordre des dérivations

$$A_{ij} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_k}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \tag{23}$$

avec

$$A_{ij} = \underbrace{\left[\frac{\partial}{\partial t} + u_k \frac{\partial}{\partial x_k}\right]}_{\equiv \frac{D}{Dt}} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) + \frac{\partial u_k}{\partial x_j}\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \tag{24}$$

Critère λ_2 [16] (3/6)

Formulation (suite)

- décomposition en partie symétriques et anti-symétrique

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = S_{ij} + \Omega_{ij}$$

alors

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \frac{D}{Dt}\left(S_{ij} + \Omega_{ij}\right) + \left(S_{kj} + \Omega_{kj}\right)\left(S_{ik} + \Omega_{ik}\right) \\ &= \overbrace{\frac{D\,S_{ij}}{Dt} + S_{ik}S_{kj} + \Omega_{ik}\Omega_{kj}}^{\text{Partie symétrique}} \\ &+ \underbrace{\frac{D\,\Omega_{ij}}{Dt} + S_{ik}\Omega_{kj} + \Omega_{ik}S_{kj}}_{\text{Partie antisymétrique}} \end{aligned} \tag{25}$$

Critère λ_2 [16] (4/6)

Formulation (suite)

- injection de 25 dans 23 et séparation en :
  - partie antisymétrique (équation de la vorticité)

$$\frac{D\,\Omega_{ij}}{Dt} + S_{ik}\Omega_{kj} + \Omega_{ik}S_{kj} = \nu\frac{\partial^2\Omega_{ij}}{\partial x_k\,\partial x_k} \tag{26}$$

  - partie symétrique

$$\frac{D\,S_{ij}}{Dt} + S_{ik}S_{kj} + \Omega_{ik}\Omega_{kj} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 p}{\partial x_i\,\partial x_j} + \nu\frac{\partial^2 S_{ij}}{\partial x_k\,\partial x_k} \tag{27}$$

- Supression des effets du cisaillement instationnaires et de la viscosité
  - les contributions des premier et dernier termes de l'équation 27 sont ignorées

$$S_{ik}S_{kj} + \Omega_{ik}\Omega_{kj} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 p}{\partial x_i\,\partial x_j} \tag{28}$$

Critère λ_2 [16] (5/6)

Formulation (suite)

- Recherche d'un minimum de pression

$$\left.\begin{array}{c} \text{2 valeurs propres positives de } \dfrac{\partial^2 p}{\partial x_i \, \partial x_j} \\ \Leftrightarrow \\ \text{2 valeurs propres négatives de } \mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \text{minimum local de pression}$$

- Classement des valeurs propres de $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$:

$$\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$$

$$\boxed{\text{Régions tourbillonnaires} \quad \Leftrightarrow \quad \lambda_2 < 0}$$

Critère λ_2 [16] (6/6)

Comportement la paroi

- écriture de $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$ à la paroi :
  d'après 9, il vient :

$$\mathbf{S}^2 = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} \alpha^2 & \alpha\beta & 0 \\ \alpha\beta & \beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha^2+\beta^2 \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$\mathbf{\Omega}^2 = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -\alpha^2 & -\alpha\beta & 0 \\ -\alpha\beta & \beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha^2-\beta^2 \end{pmatrix} \quad (30)$$

  d'où $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2 \equiv 0$
- La paroi ne peut correspondre à une zone tourbillonnaire au sens de ce critère.

Relations entre les critères Δ, Q et λ_2 (1/5)

Relation entre Δ et Q

- Δ discriminant du polynôme caractéristique $F(\lambda)$ de $(\nabla u)_{ij} = \dfrac{\partial u_i}{\partial x_j}$.
- Ecriture de $F(\lambda)$ en fonction des trois invariants I, II et III de ∇u :

$$F(\lambda) = \lambda^3 - I\lambda^2 + II\lambda - III \tag{31}$$

avec

$$\left\{\begin{array}{rcl} I & = & trace(\nabla u) \\ & & \\ II & = & \frac{1}{2}\left\{trace(\nabla u)^2 - trace\left[(\nabla u)^2\right]\right\} \\ & = & \frac{1}{2}\left\{I^2 - trace\left[(\nabla u)^2\right]\right\} \\ & & \\ III & = & det(\nabla u) \end{array}\right. \tag{32}$$

Relations entre les critères Δ, Q et λ_2 (2/5)

Relation entre Δ et Q (suite)

- Pour un fluide incompressible :

$$I = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \equiv 0 \tag{33}$$

$$\begin{aligned} II &= -\frac{1}{2}\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial u_k}{\partial x_j}\delta_{ij} = -\frac{1}{2}\left(S_{ik}+\Omega_{ik}\right).\left(S_{kj}+\Omega_{kj}\right)\delta_{ij} \\ &= -\frac{1}{2}\left(S_{ik}S_{jk}+S_{ik}\Omega_{kj}-S_{jk}\Omega_{ki}-\Omega_{ik}\Omega_{jk}\right)\delta_{ij} \\ &= \frac{1}{2}\left(\|\mathbf{\Omega}\|^2-\|\mathbf{S}\|^2\right) \equiv Q \end{aligned} \tag{34}$$

$$III = -R \tag{35}$$

d'où

$$\Delta = \frac{Q^3}{27}+\frac{R^2}{4} \tag{36}$$

Relations entre les critères Δ, Q et λ_2 (3/5)

Relation entre Q et λ_2

- Réécriture de $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$

$$\begin{aligned}\left(\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2\right)_{ij} &= S_{ik}S_{kj} + \Omega_{ik}\Omega_{kj} \\ &= S_{ik}S_{jk} - \Omega_{ik}\Omega_{jk}\end{aligned} \tag{37}$$

- λ_i valeurs propres de $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{3} \lambda_i &= \left(S_{ik}S_{jk} - \Omega_{ik}\Omega_{jk}\right)\,\delta_{ij} \\ &= S_{ij}S_{ij} - \Omega_{ij}\Omega_{ij} \\ &= -2\,Q\end{aligned} \tag{38}$$

Relations entre les critères Δ, Q et λ_2 (4/5)

Cas d'un écoulement bidimensionnel incompressible

- le tenseur ∇u est de la forme :

$$\nabla u = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix}. \tag{39}$$

d'où l'équation caractéristique $\lambda^2 - a^2 - bc = 0$ ayant pour discriminant :

$$\Delta = a^2 - bc \tag{40}$$

- d'après l'équation 18 :

$$Q = -a^2 + bc \tag{41}$$

- le tenseur $\mathbf{S}^2$ s'écrit :

$$\mathbf{S}^2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 4a^2 + (b+c)^2 & 0 \\ 0 & 4a^2 + (b+c)^2 \end{pmatrix} \tag{42}$$

Relations entre les critères Δ, Q et λ_2 (5/5)

Cas d'un écoulement bidimensionnel incompressible (suite)

- le tenseur $\mathbf{\Omega}^2$ s'écrit :

$$\mathbf{\Omega}^2 = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -(b-c)^2 & 0 \\ 0 & -(b-c)^2 \end{pmatrix} \tag{43}$$

et donc

$$\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2 = \begin{pmatrix} a^2+bc & 0 \\ 0 & a^2+bc \end{pmatrix} \tag{44}$$

d'où

$$\lambda_2 = a^2 - bc \tag{45}$$

- Les trois critères sont équivalents et correspondent au critère de Weiss [19, 20]

Cas des écoulements compressibles

Critère Δ

- La définition reste valable,
- le calcul de Δ est un peu plus complexe.

Critère Q

- l'interprétation en terme de taux de rotation/cisaillement reste valable,
- l'interprétation en terme de laplacien de pression ne l'est plus.

Critère λ_2

- Des termes supplémentaires apparaissent dans l'équation 28, liés à :
  - la divergence non nulle du champs de vitesse,
  - le gradient de masse volumique.

Autres approches (liste non exhaustive)

Méthodes apparentées aux trois précédentes :

- Kida et Miura[17]
  valeurs propres de $\dfrac{\partial^2 p}{\partial x_i \, \partial x_j}$ et de $\dfrac{\partial u_i}{\partial x_j}$
- Horiuti[14]
  alignement entre les vecteurs propres de $S^2 + \Omega^2$ et $\vec{\omega}$.
- Chakraborty, Balachandar et Adrian[9]
  parties réelle et imaginaire des valeurs propres de $\dfrac{\partial u_i}{\partial x_j}$

Autres mthodes

- Cucitore, Quadrio et Baron[11]
  Analyse non local en temps en en espace de la distance inter-particule
- Haller[13]

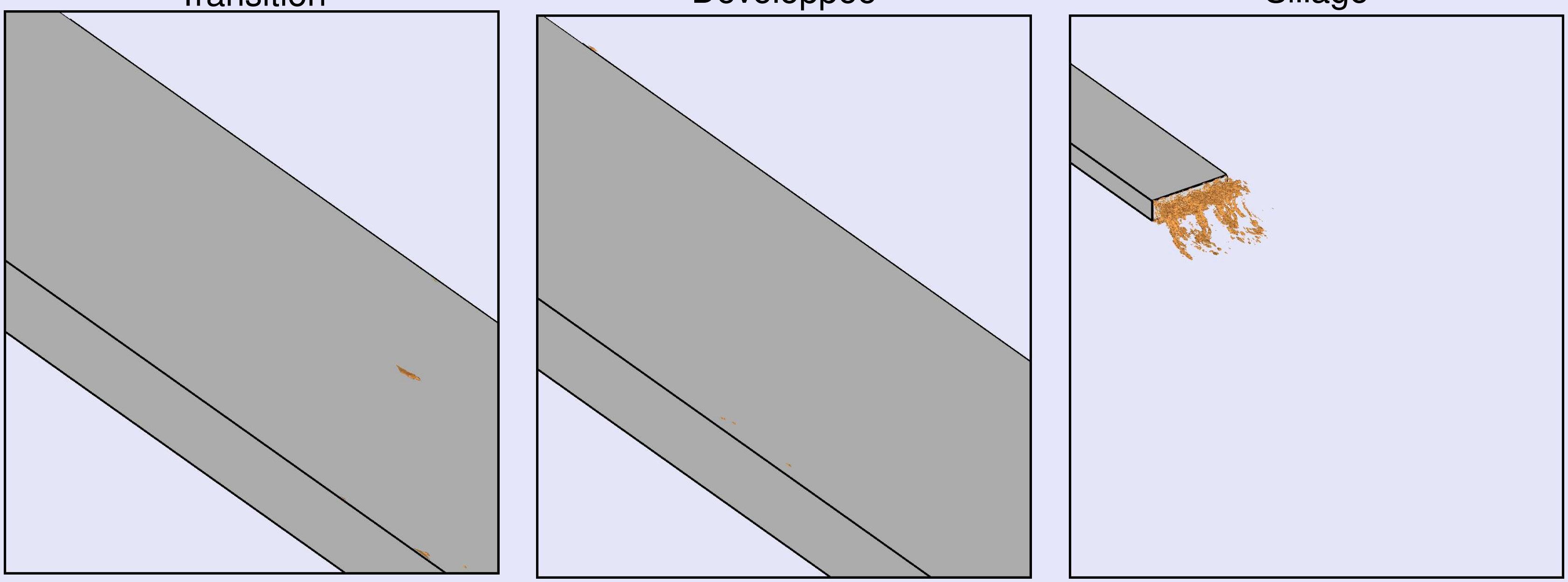
Comparaison (visuelle) des approches objectives

- Effet du niveau de seuil retenu (culot)
- Comparaison direct des résultats (cavité)

Influence du seuil : critère Δ (1/3)

Isosurfaces $\Delta = -1.10^{-5}$

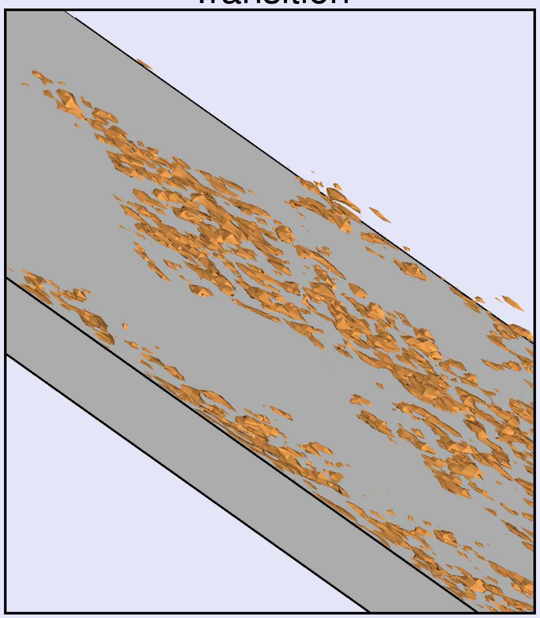
Transition Développée Sillage



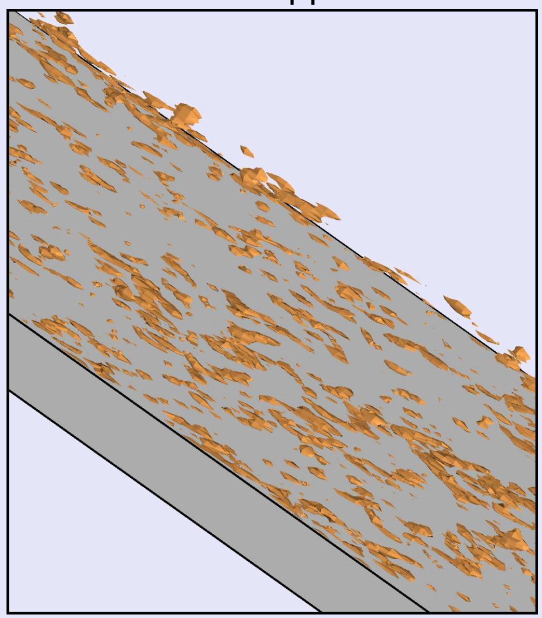
Influence du seuil : critère Δ (2/3)

Isosurfaces $\Delta = -1{,}5.10^{-8}$

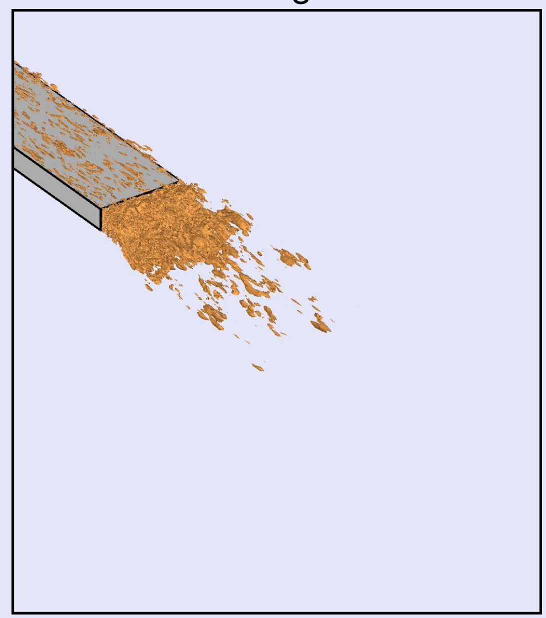
Transition



Développée



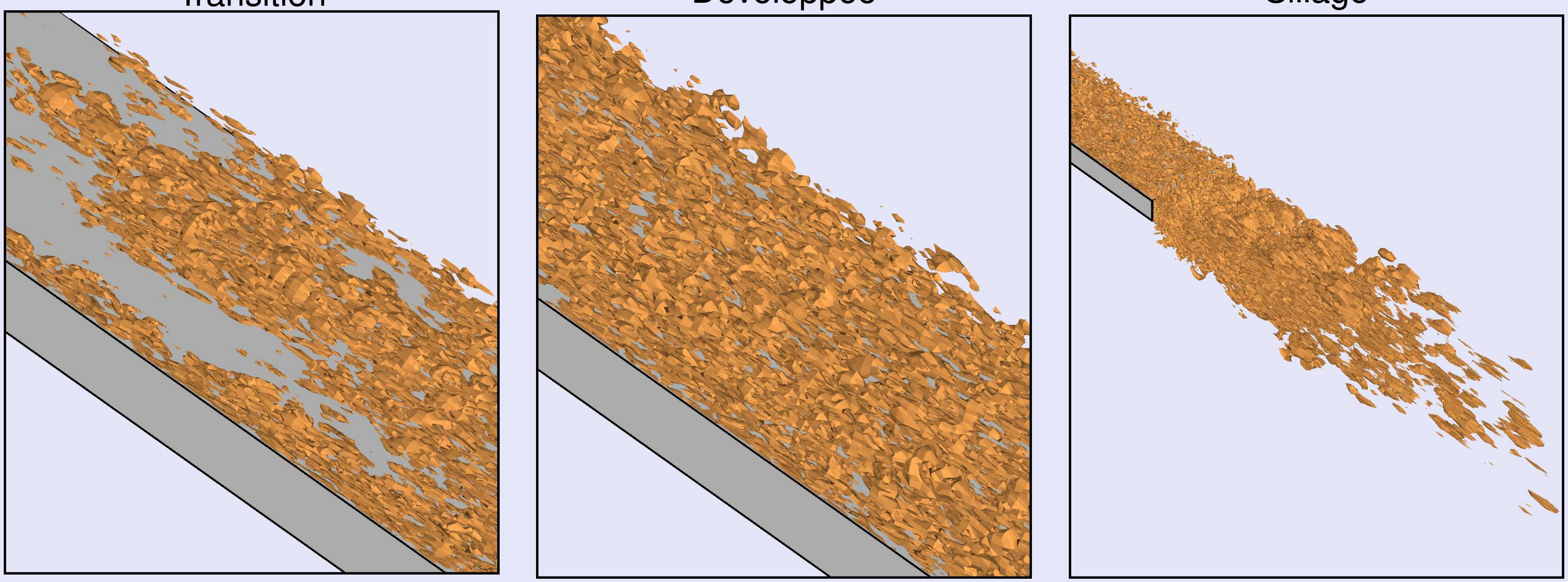
Sillage



Influence du seuil : critère Δ (3/3)

Isosurfaces $\Delta = -2.10^{-11}$

Transition — Développée — Sillage

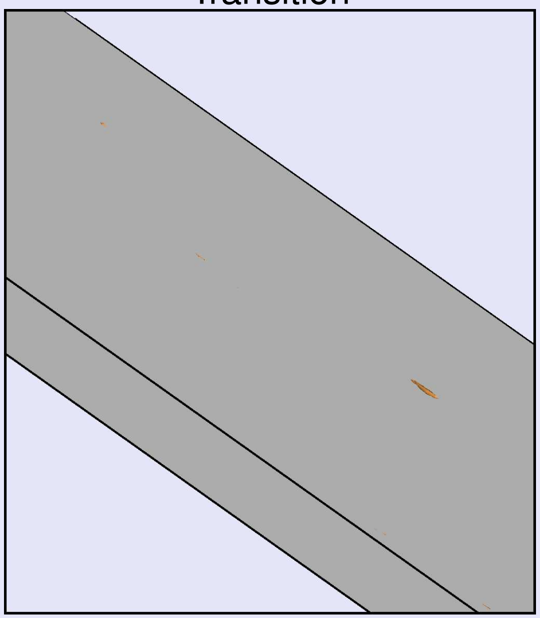


L. LARCHEVÊQUE

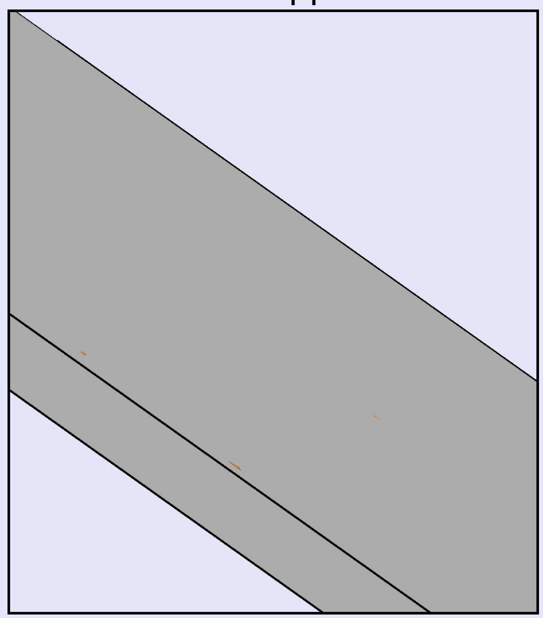
Influence du seuil : critère Q (1/3)

Isosurfaces $Q = 0{,}1$

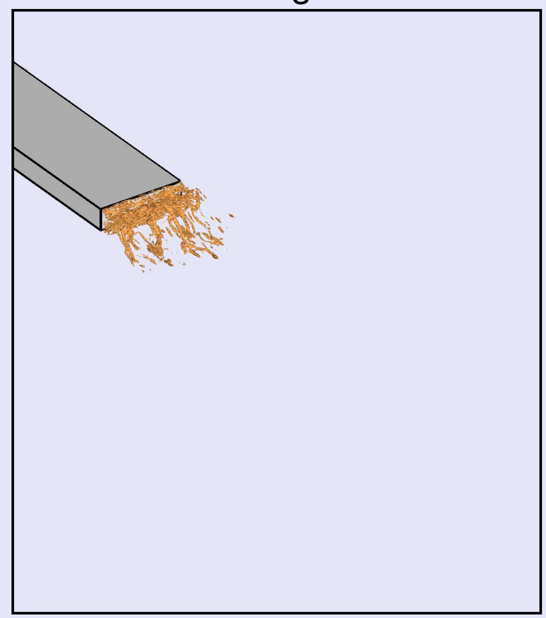
Transition



Développée



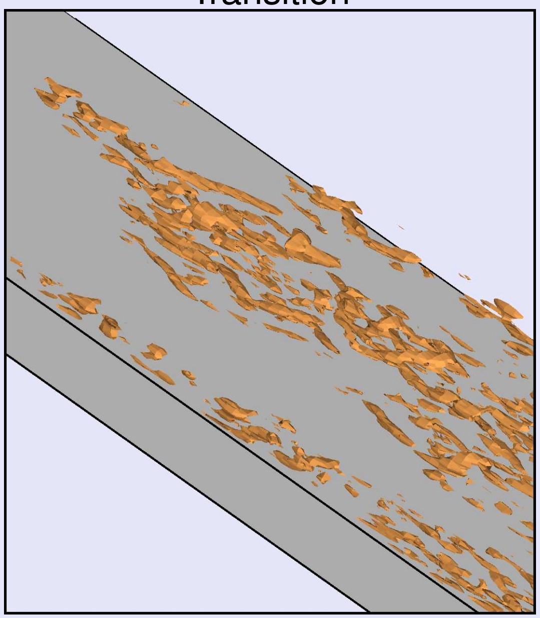
Sillage



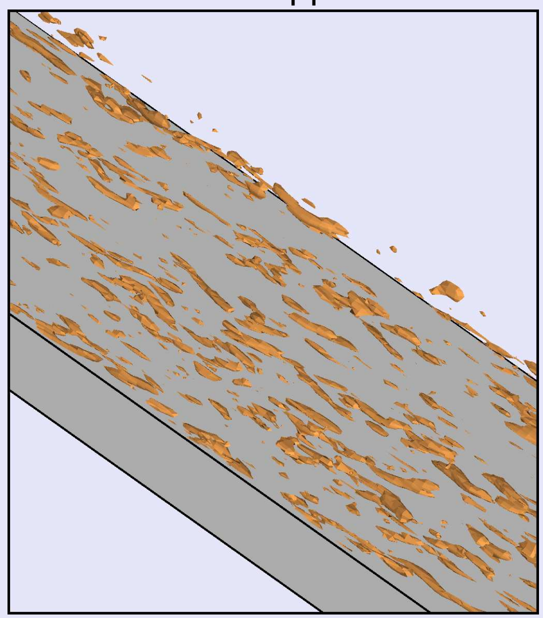
Influence du seuil : critère Q (2/3)

Isosurfaces $Q = 10^{-2}$

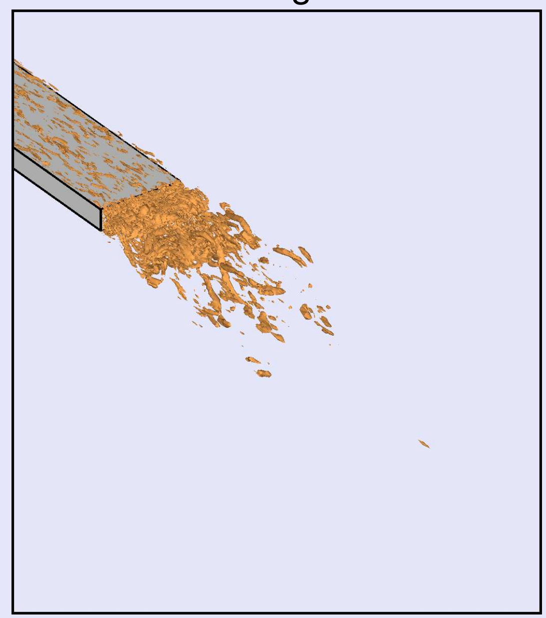
Transition



Développée

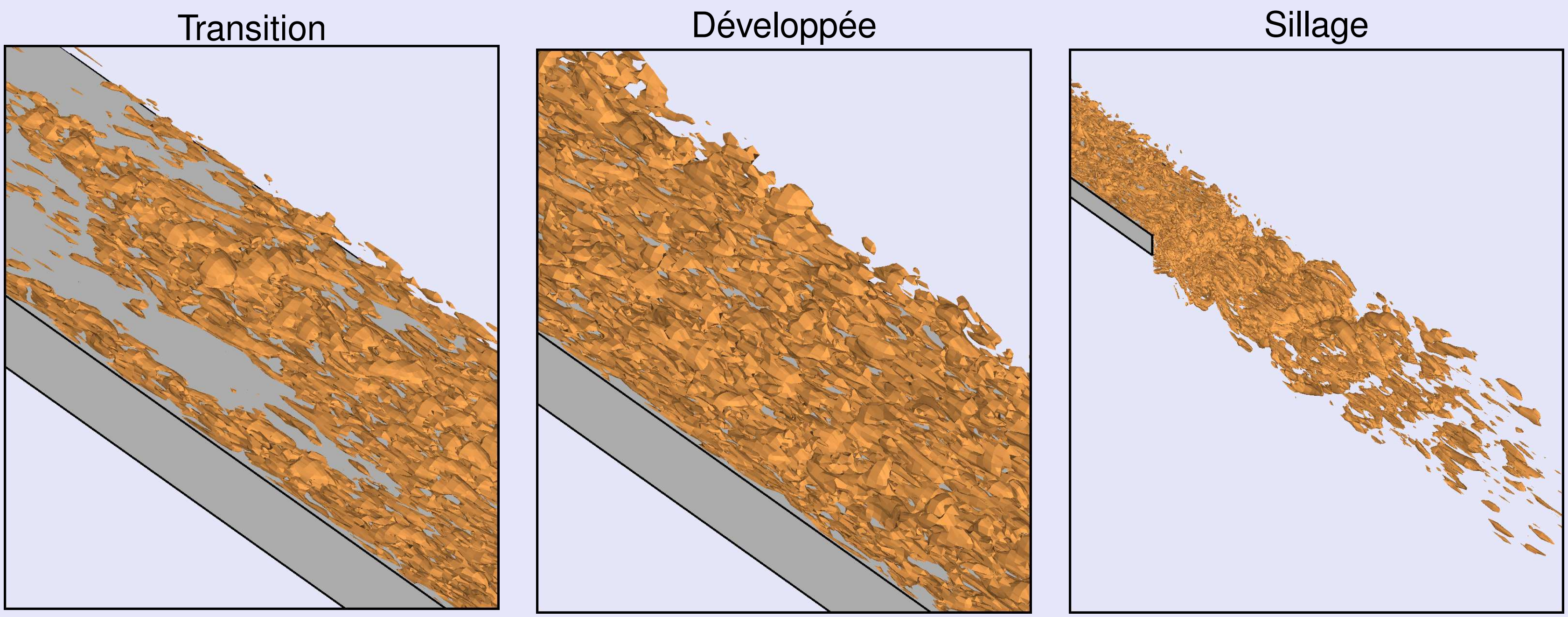


Sillage



Influence du seuil : critère Q (3/3)

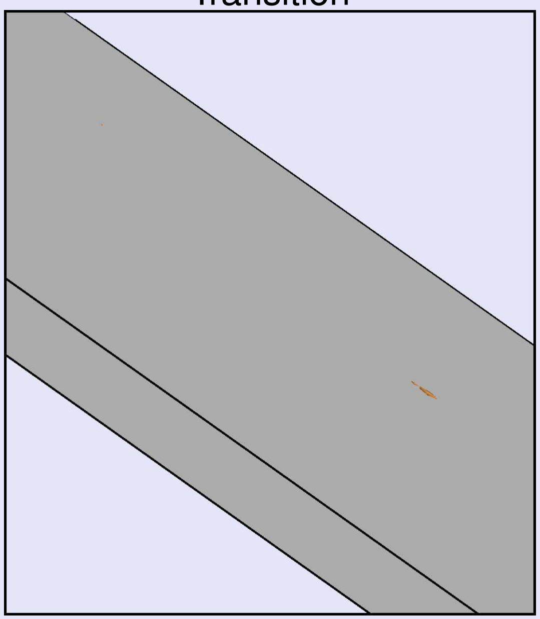
Isosurfaces $Q = 10^{-3}$



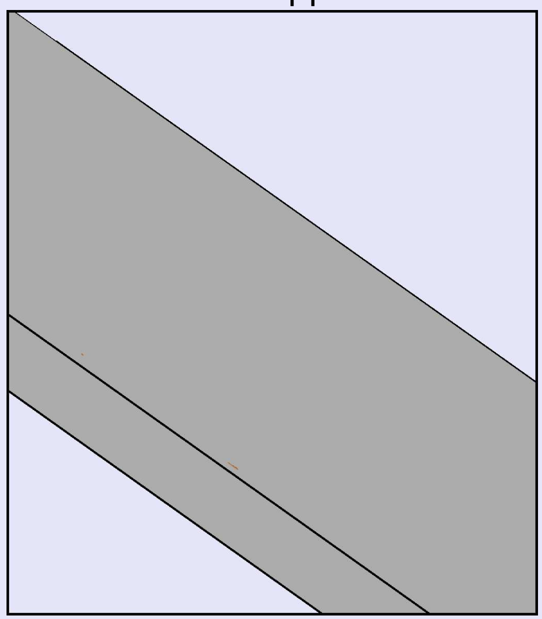
Influence du seuil : critère λ_2 (1/3)

Isosurfaces $\lambda_2 = -0{,}12$

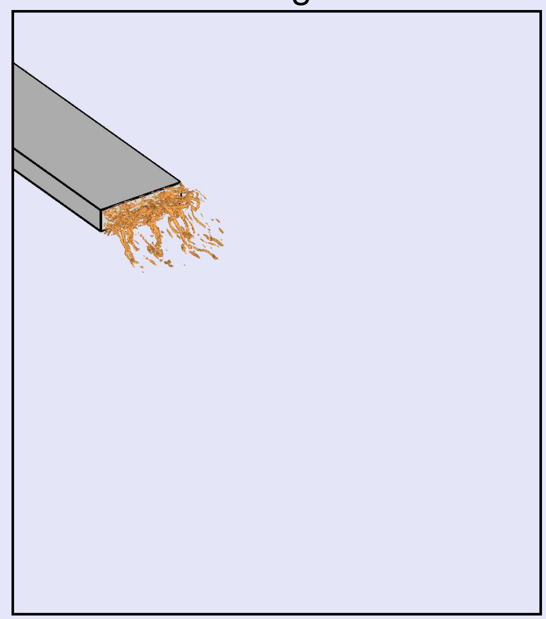
Transition



Développée

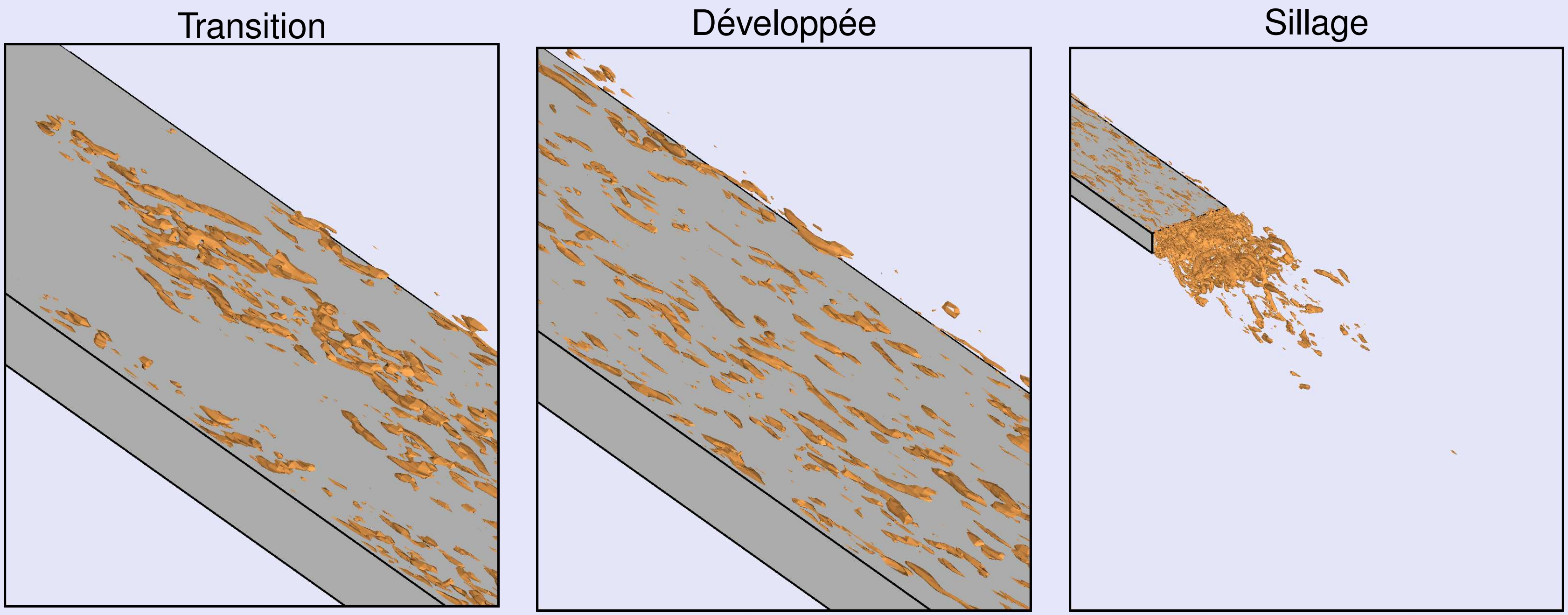


Sillage



Influence du seuil : critère λ_2 (2/3)

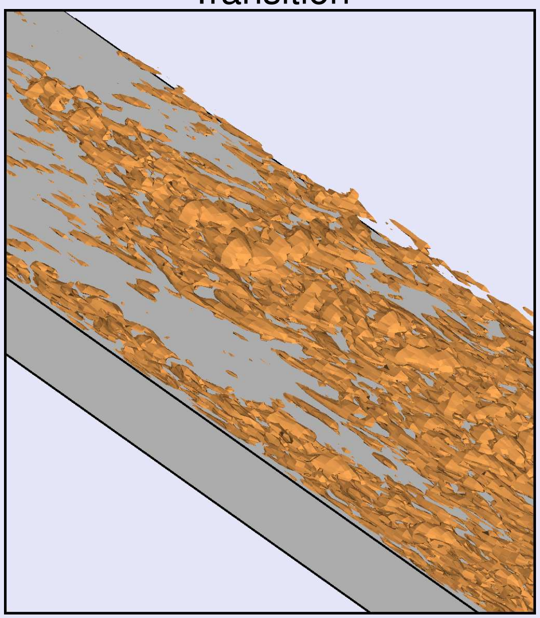
Isosurfaces $\lambda_2 = -1{,}2.10^{-2}$



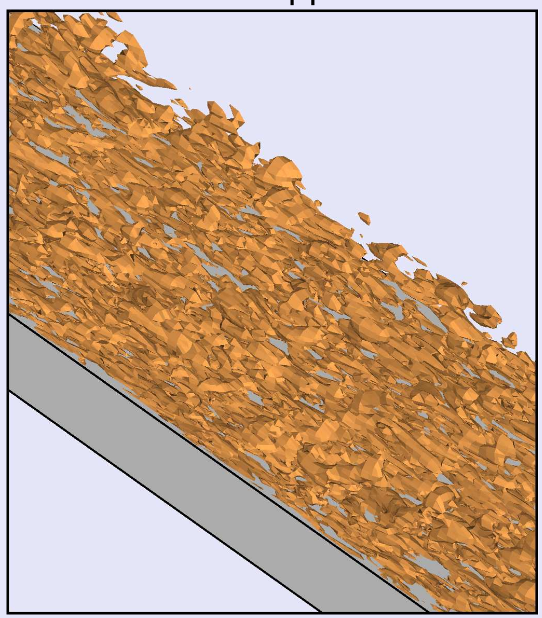
Influence du seuil : critère λ_2 (3/3)

Isosurfaces $\lambda_2 = -1{,}2.10^{-3}$

Transition



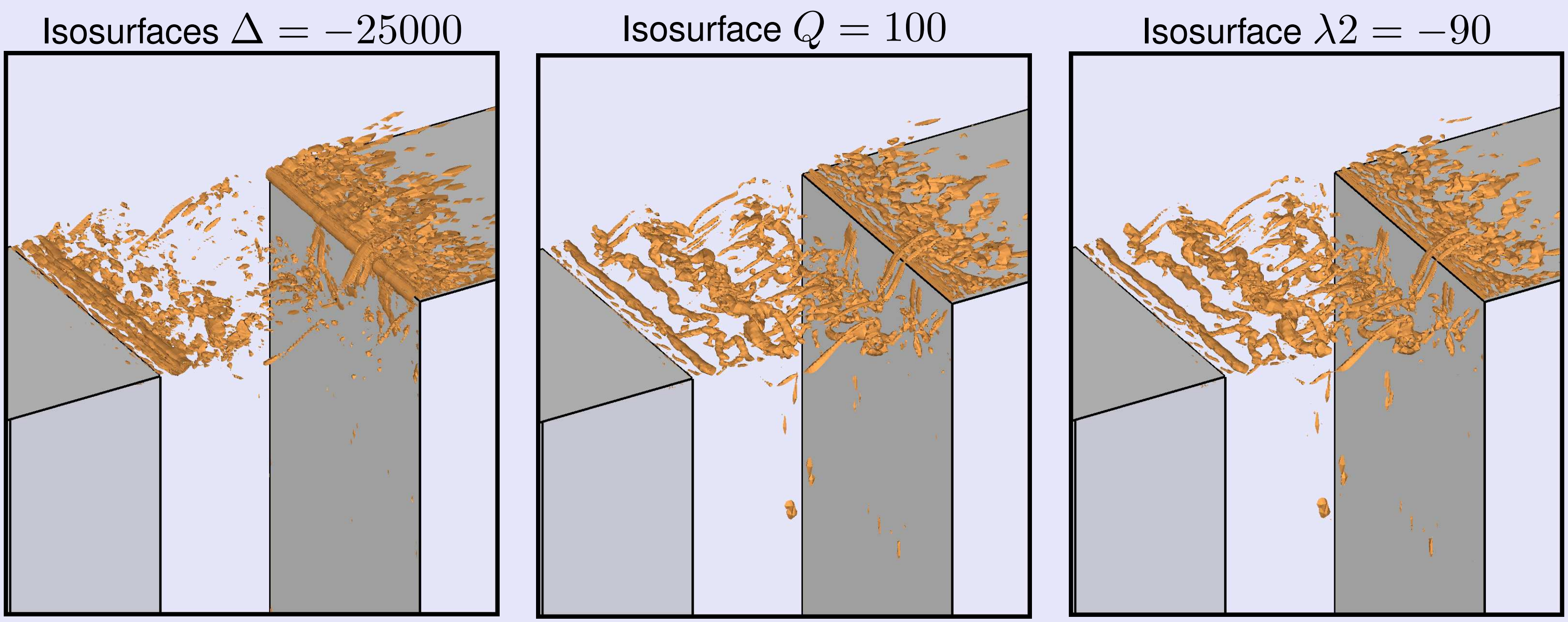
Développée



Sillage

Comparaison des critères Δ, Q et λ_2 (1/6)

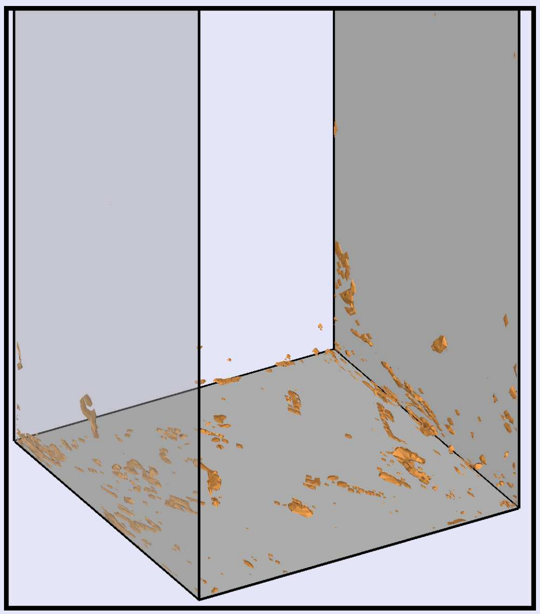
couche de mélange



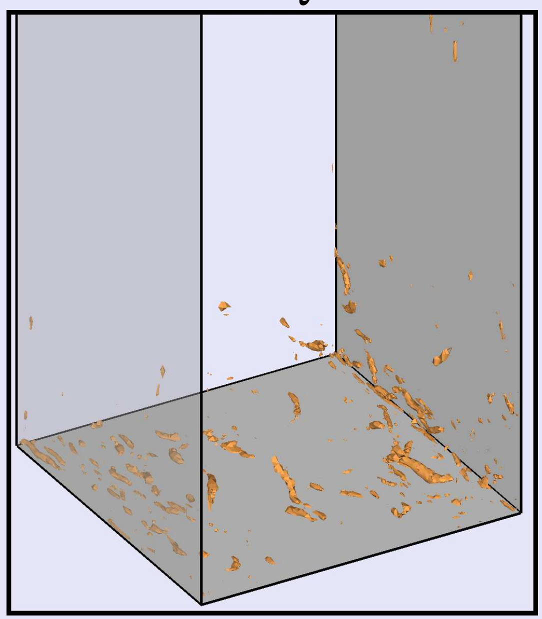
Comparaison des critères Δ, Q et λ_2 (2/6)

Fond de la cavité

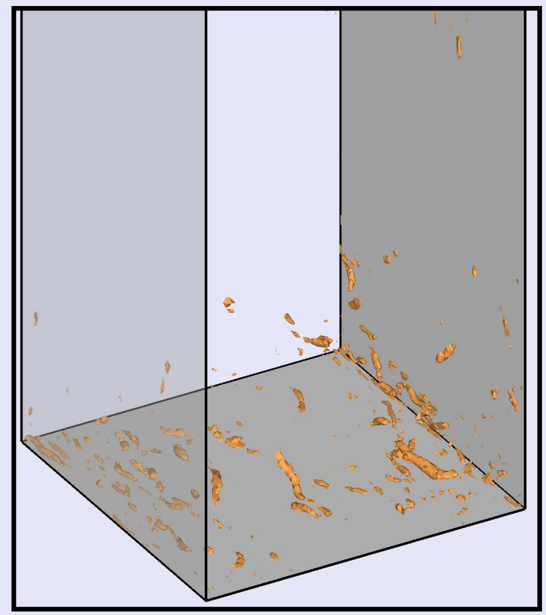
Isosurfaces $\Delta = -25000$



Isosurface $Q = 100$



Isosurface $\lambda 2 = -90$

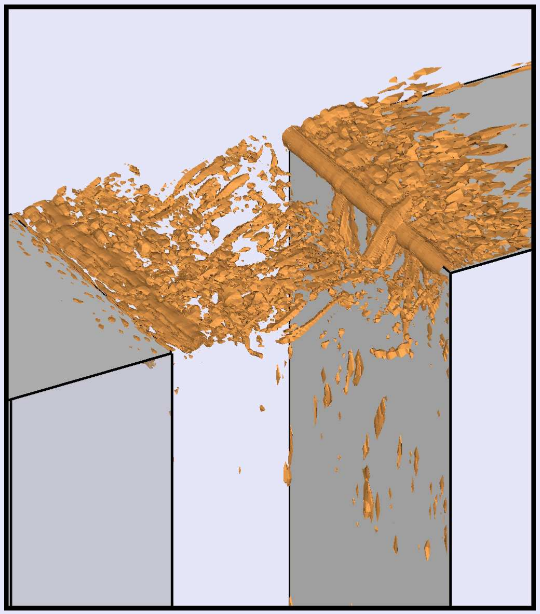


L. Larchevêque

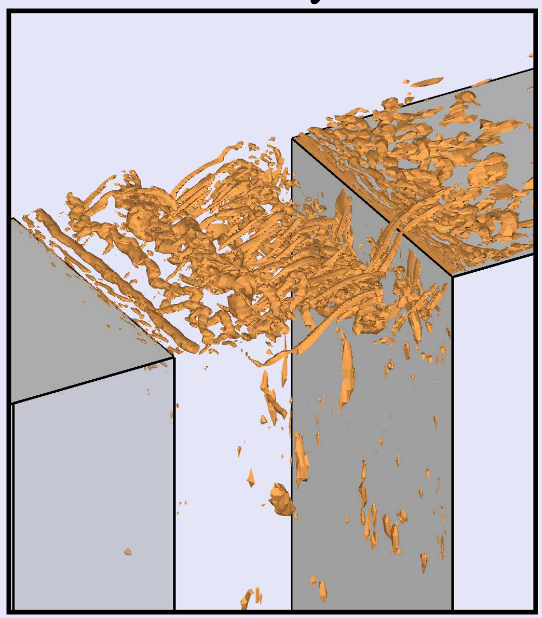
Comparaison des critères Δ, Q et λ_2 (3/6)

couche de mélange

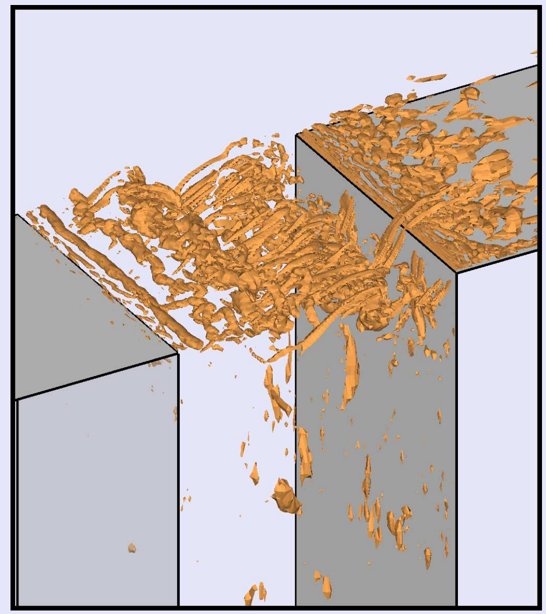
Isosurfaces $\Delta = -4000$



Isosurface $Q = 50$



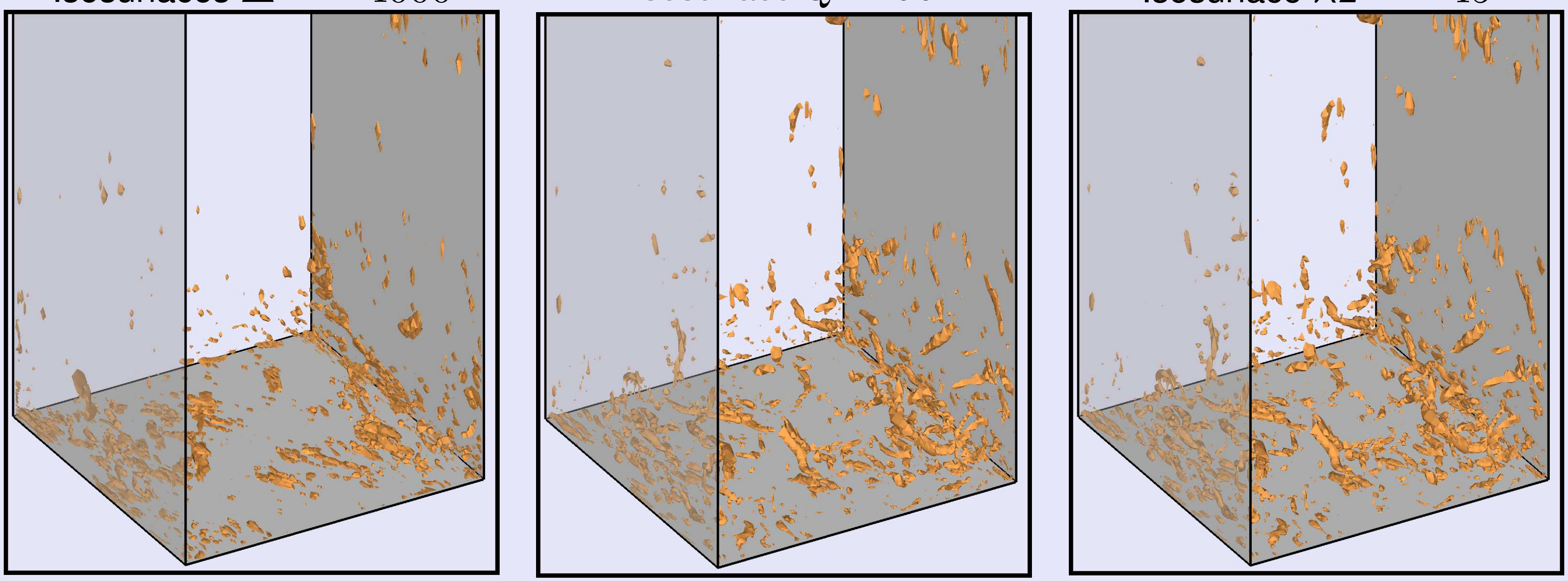
Isosurface $\lambda 2 = -45$



Comparaison des critères Δ, Q et λ_2 (4/6)

Fond de la cavité

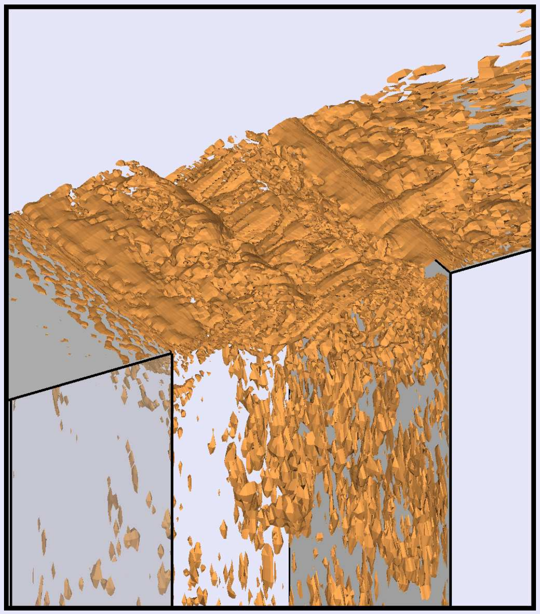
Isosurfaces $\Delta = -4000$ Isosurface $Q = 50$ Isosurface $\lambda 2 = -45$



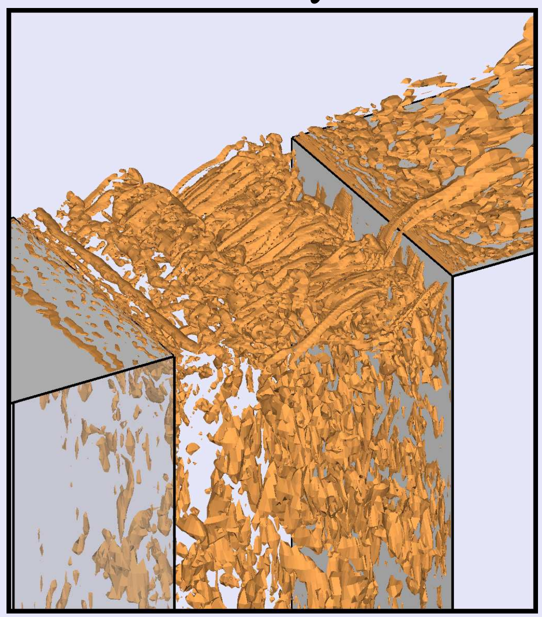
Comparaison des critères Δ, Q et λ_2 (5/6)

couche de mélange

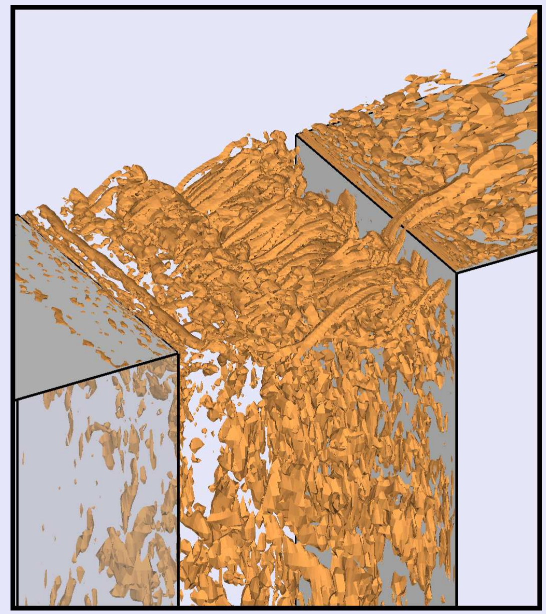
Isosurfaces $\Delta = -50$



Isosurface $Q = 10$



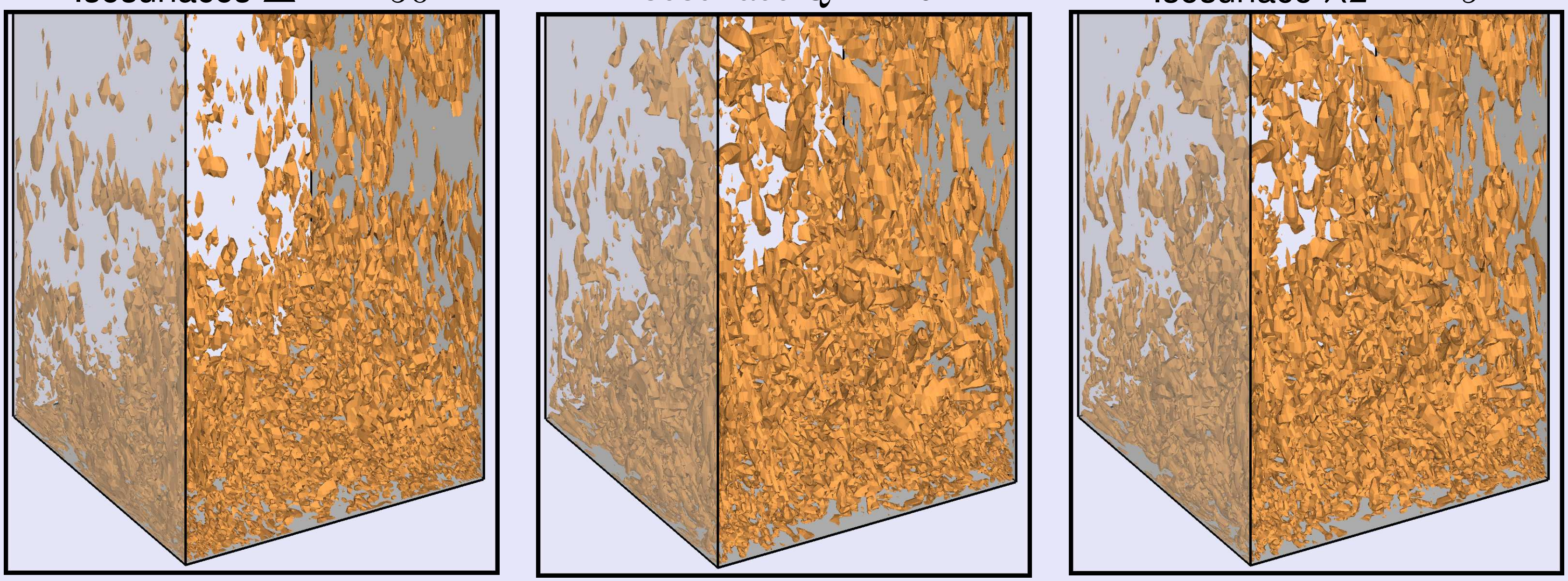
Isosurface $\lambda 2 = -9$



Comparaison des critères Δ, Q et λ_2 (6/6)

Fond de la cavité

Isosurfaces $\Delta = -50$ Isosurface $Q = 10$ Isosurface $\lambda 2 = -9$



L. Larchevêque

Mieux voir, mieux comprendre

- Fixer les seuils
- Faire ressortir les orientations
- Faire ressortir les échelles
- Faire ressortir la dynamique
- Combiner avec d'autres visualisations

Fixer les seuils

Subjectivement

- à l'oeil

Semi-subjectivement

- en adimensionnant par l'écart-type du rotationnel local [12]

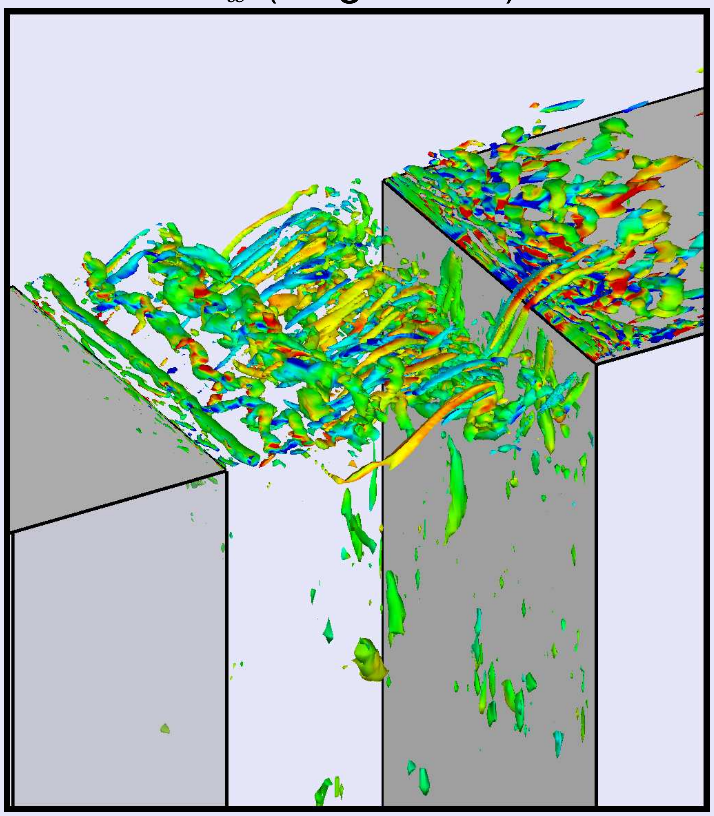
Objectivement

- à partir de l'enstrophie contenue dans les tourbillons [18]

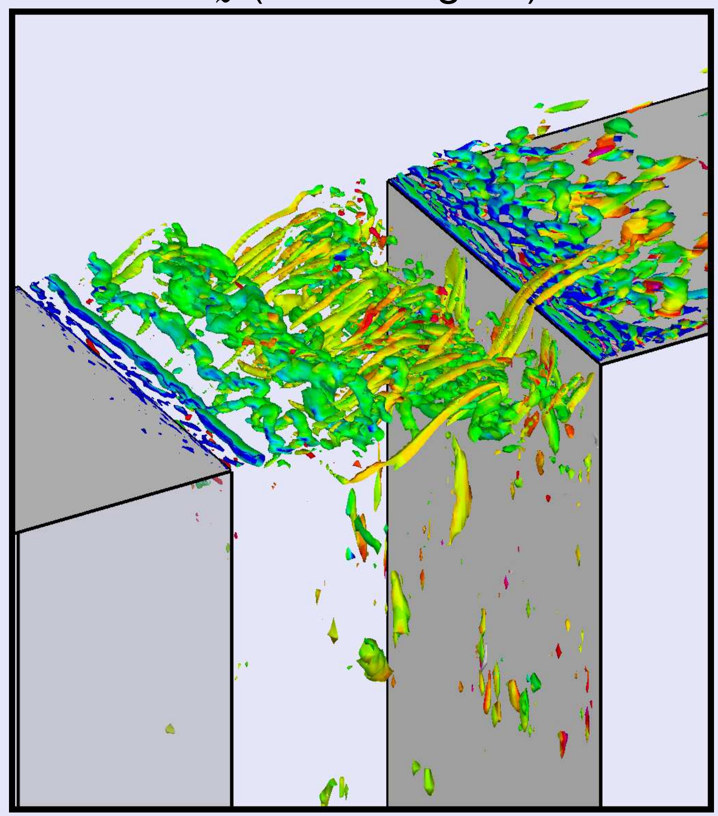
Faire ressortir les orientations

En colorant les surfaces par une composante du rotationnel

ω_x (longitudinal)



ω_z (en envergure)

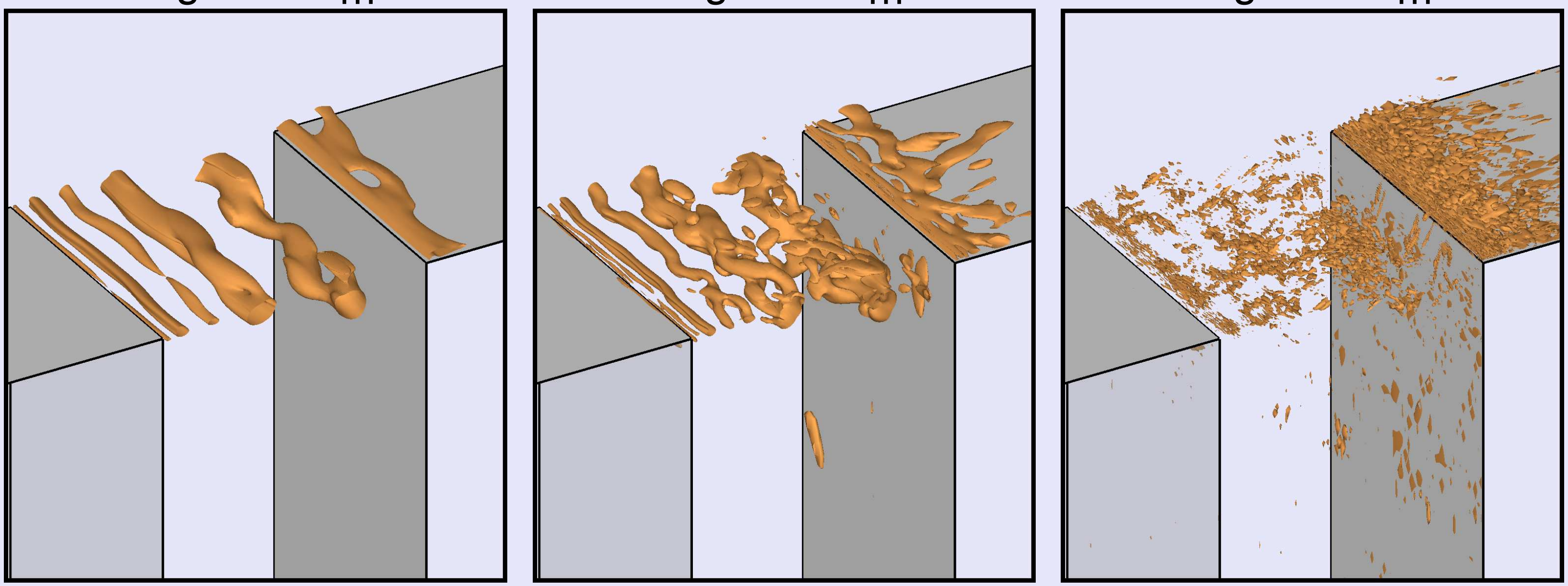


Faire ressortir les échelles

En pré-filtrant le champ de vitesse

Δ_s : taille des structure Δ_m : taille des mailles

$\Delta_s > 8\Delta_m$ $\Delta_s > 4\Delta_m$ $\Delta_s < 8\Delta_m$



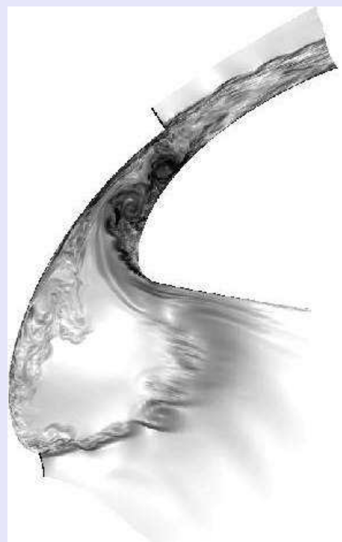
L. LARCHEVÊQUE

Faire ressortir la dynamique

En faisant des films!

- Choisir le bon pas d'échantillonnage

exemple : bec de volet hypersustenté [27]



Combiner avec d'autres visualisations (1/2)

A choisir en fonction du phénomène étudié

Idées :

- acoustique : champ des dilatations

$$\Theta = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

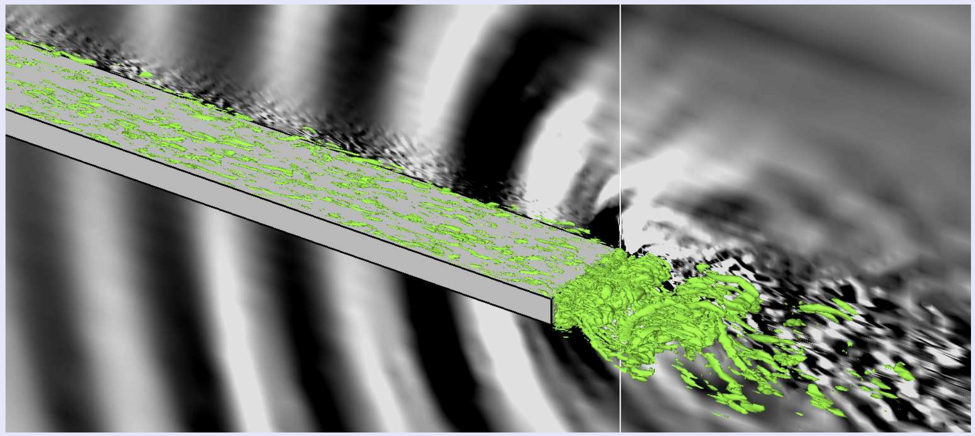
- onde de pression, de choc : strioscopie numérique

$$St = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial \rho}{\partial x_i}}$$

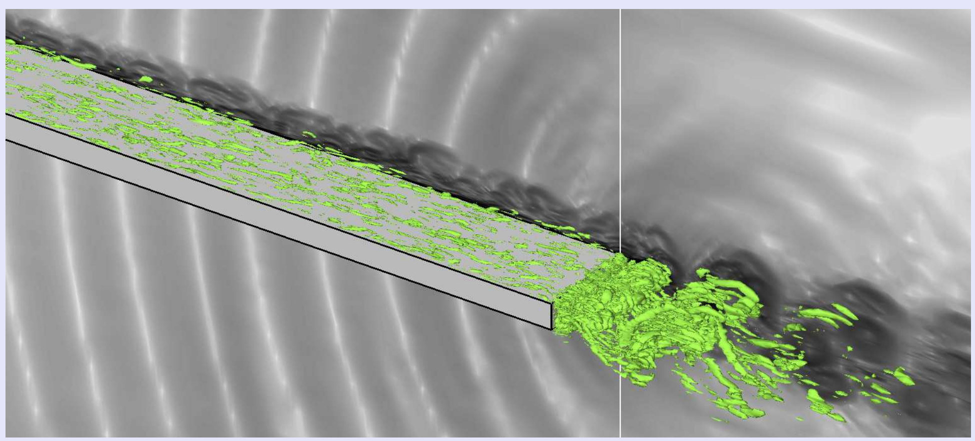
- combustion : concentration d'espèce
- thermique : flux de chaleur
- . . . (à vous de trouver)

Combiner avec d'autres visualisations (2/2)

Champ de dilatation



strioscopie numérique



Visualisations en tous genre

- Transition sur un profil en incidence [30]
- Eclatement tourbilonnaire sur une aile delta [29]
- Ecoulement subsonique dans une cavité [28]
- Ecoulement supersonique dans une tuyère [24]
- Interaction d'un profil d'aube avec un sillage [31]
- Interaction choc - couche limite [26]
- jet synthétique [23]

Bibliographie (1/4)

Références générales

[1] C. Bailly et G. Comte-Bellot, 2003. – *Turbulence*. – Éditions du CNRS, série *Sciences et Techniques de l'Ingénieur*.

[2] P. Sagaut, 1998. – *Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements de fluides incompressibles*. – Springer, Paris, série *Mathématiques et applications*, volume 30.

Structures cohérentes

[3] G. L. Brown et A. Roshko, 1974. – On density effects and large scale structures in turbulent mixing layers. – *J. Fluid Mech.* **64**, pp. 775–816.

[4] P. Comte, M. Lesieur et E. Lamballais, 1992. – Large- and small-scale stirring of vorticity and a passive scalar in a 3-d temporal mixing layer. – *Phys. Fluids A* **34**(12), pp. 2761–2778.

[5] S. C. Crow et S. H. Champagne, 1971. – Orderly structure in jet turbulence. – *J. Fluid Mech.* **48**, pp. 547–591.

[6] A. K. M. Hussain, 1986. – Coherent structures and turbulence. – *J. Fluid Mech.* **173**, pp. 303–356.

[7] A. Michalke, 1965. – On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer. – *J. Fluid Mech.* **23**(3), pp. 521–544.

[8] P. Moin et J. Kim, 1985. – The structure of the vorticity field in turbulent chanel flow: part 1. analysis of instantaneous fields ans statistical correlations. – *J. Fluid Mech.* **155**, pp. 441–464.

Bibliographie (2/4)

Méthodes d'identification

[9] P. Chakraborty, S. Balachandar et R. J. Adrian, 2005. – On the relationships between local vortex identification schemes. – *J. Fluid Mech.* – à paraître.

[10] M. S. Chong, A. E. Perry et B. J. Cantwell, 1990. – A general classification of three-dimensional flow fields. – *Phys. Fluids A* **2**(5), pp. 765–777.

[11] R. Cucitore, M. Quadrio et A. Baron, 1999. – On the effectiveness and limitations of local criteria for the identification of a vortex. – *Eur. J. Mech. B* **18**(2), pp. 261–282.

[12] Y. Dubief et F. Delcayre, 2000. – On coherent-vortex identification in turbulence. – *J. Turb.* **1**(11).

[13] G. Haller, 2005. – An objective definition of a vortex. – *J. Fluid Mech.* **525**, pp. 1–26.

[14] K. Horiuti, 2001. – A classification method for vortex sheet and tube structures in turbulent flows. – *Ph. Fluids* **13**(12), pp. 3756–3774.

[15] J. C. R. Hunt, A. A. Wray et P. Moin, 1988. – Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. – *In : Proceedings of the 1988 summer program*. pp. 193–208. CTR, Stanford.

[16] J. Jeong et F. Hussain, 1995. – On the identification of a vortex. – *J. Fluid Mech.* **285**, pp. 69–94.

[17] S. Kida et H. Miura, 1998. – Identification and analysis of vortical structures. – *Eur. J. Mech. B* **17**(4), pp. 471–488.

[18] A. Miliou, I. Mortazavi et S. Sherwin, 2005. – Cut-off analysis of coherent vortical structure identification in a three-dimensional external flow. – *Comptes Rendus Mécanique* **333**(3), pp. 211–217.

Bibliographie (3/4)

Méthodes d'identification (suite)

[19] J. Weiss, 1981. – *The dynamics of enstrophy transfer in two-dimensional hydrodynamics*. – Report n LJI-TN-121, La Jolla Institute, San Diego, CA.

[20] J. Weiss, 1991. – The dynamics of enstrophy transfer in two-dimensional hydrodynamics. – *Physica D* **48**(2-3), pp. 273–294.

[21] J.-Z. Wu, A.-K. Xiong et Y.-T. Yang, 2005. – Axial stretching and vortex definition. – *Ph. Fluids* **17**(3), p. 038108.

Travaux présentés

[22] F. Bottausci et P. Petitjeans, 2002. – Visualizations of vortex filaments. – *Phys. Fluids* **14**(9), pp. S13–S14.

[23] J. Dandois, 2005. – Simulation des grandes échelles d'un jet synthétique. Communication privée.

[24] S. Deck et P. Guillen, 2002. – Numerical simulation of side loads in an ideal truncated nozzle. – *J. Prop. Power* **18**(2), pp. 261–269.

[25] N. Forestier, L. Jacquin et P. Geffroy, 2003. – The mixing layer over a deep cavity at high-subsonic speed. – *J. Fluid Mech.* **475**, pp. 101–145.

[26] E. Garnier, P. Sagaut et M. Deville, 2002. – Large eddy simulation of shock / homogeneous turbulence interaction. – *Computers & fluids* **31**, pp. 245–268.

[27] E. Labourasse et P. Sagaut, 2004. – Advance in rans-les coupling, a review and an insight on the nlde approach. – *Arc. Comput. Meth. Engin.* **11**(3), pp. 199–256.

Bibliographie (4/4)

Travaux présentés (suite)

[28] L. Larchevêque, P. Sagaut, I. Mary, O. Labbé et P. Comte, 2003. – Large-Eddy Simulation of a compressible flow past a deep cavity. – *Phys. Fluids* **15**(1), pp. 193–210.

[29] I. Mary, 2003. – Large eddy simulation of vortex breakdown behind a delta wing. – *Int. J. Heat Fluid Flow* **24**(4), pp. 596–605.

[30] I. Mary et P. Sagaut, 2002. – LES of a flow around an airfoil near stall. – *AIAA J.* **40**(6), pp. 1139–1145.

[31] B. Raverdy, I. Mary, P. Sagaut et N. Liamis, 2003. – High-resolution large-eddy simulation of flow around low-pressure turbine blade. – *AIAA J.* **41**(3), pp. 390–397.

[32] M. Terracol, 2004. – A zonal les approach for acoustic noise sources prediction. – *In : 10th European Turbulence Conference*, 29 juin-2 juillet 2004 2004. Trondheim, Norvège.