



## Proposition de thèse

# Écoulements souterrains, méthodes numériques, et calcul haute performance

Inria Paris-Rocquencourt, Mai 2012

## Contexte

La modélisation des écoulements en milieu poreux est un objectif essentiel de l'hydrogéologie comme la simulation des réservoirs pétroliers. En hydrogéologie on s'intéresse aux mouvements de l'eau et de l'air dans le sous-sol, ainsi qu'au transport de substances variées qui peuvent être transportées une fois dissoutes dans l'eau. L'hydrogéologie intervient donc de façon essentielle dans la conception de sites de stockage de déchets, comme en particulier le stockage profond des déchets nucléaires. Un autre grand problème environnemental qui mobilise hydrogéologues et ingénieurs réservoirs est le stockage de  $\text{CO}_2$ .

L'équation la plus simple qu'on peut considérer est une équation aux dérivées partielles elliptique du second ordre représentant l'écoulement de l'eau dans le sous-sol. On écrit souvent cette équation sous la forme d'un système du premier ordre avec comme inconnues la pression et la vitesse de Darcy. Malgré sa simplicité, la résolution de cette équation pour la catégorie de problèmes mentionnés ci-dessus continue de présenter des difficultés car le coefficient de perméabilité présent dans l'équation varie considérablement d'une cellule de discrétisation à une autre, et peut être un tenseur très anisotropique.

L'objectif de cette thèse est de proposer des méthodes numériques pour résoudre cette équation de façon précise dans  $\mathbb{R}^3$ , et de montrer comment les programmer efficacement en vue d'une résolution rapide sur des maillages de plusieurs millions de mailles avec les ordinateurs actuels les plus performants.

## Sujet de thèse

L'étude proposée se déroulera dans le cadre de l'Action d'Envergure « C2S@Exa - Computer and Computational Sciences at Exascale ». Il s'agit d'un projet multi-disciplinaire associant des chercheurs Inria en mathématiques appliquées et calcul scientifique d'une part, et en informatique du calcul haute performance d'autre part, en vue de mettre au point des outils de simulation numérique adaptés aux plateformes de calcul massivement parallèles modernes, pour traiter de problèmes de très grandes tailles en lien avec des défis applicatifs cibles dans le domaine de la physique computationnelle.

## Méthodes numériques

A cause des hétérogénéités et pour des raisons de conservation, les méthodes d'approximation les plus adaptées sont les méthodes d'approximation centrées sur les mailles. Les degrés de liberté associés à ces méthodes sont une pression par maille et un flux à travers les arêtes. Les éléments finis mixtes sont l'une de ces méthodes. De plus les maillages le plus souvent utilisés en hydrogéologie comme en simulation de réservoir sont des maillages de cubes déformés. Il s'agira donc ici de construire un élément fini mixte pour de tels maillages, et de l'analyser

pour montrer qu'il possède les propriétés de convergence attendues, en notant que des cubes déformés en trois dimensions peuvent avoir des faces non planes. De plus on construira et analysera des estimateurs a posteriori pour cet élément afin de pouvoir observer la répartition des erreurs de calcul dans l'espace, et d'adapter éventuellement les maillages pour avoir une répartition uniforme de l'erreur.

### **Calcul haute performance**

L'approximation de l'équation elliptique modélisant l'écoulement de l'eau dans le sous-sol par la méthode d'élément fini mixte discutée au point précédent conduit à la formulation d'un grand système linéaire creux relativement mal conditionné du fait des caractéristiques physiques du milieu hétérogène et de la non-uniformité du maillage en cubes déformés. Dans cette partie de l'étude, on exploitera et on évaluera des méthodes de résolution directes, hybrides itératives-directes et itératives préconditionnées, adaptées aux calcul haute performance, mis au point par d'autres équipes-projets Inria impliquées dans l'Action d'Envergure C2S@exa. Il s'agira donc d'interagir avec les chercheurs concernés par ces travaux autour de solveurs de grands systèmes linéaires pour tirer profit des résultats les plus récents dans ce domaine, et de démontrer la capacité de ces solveurs à traiter efficacement les systèmes linéaires obtenus.

## **Environnement de la thèse**

La thèse sera préparée au centre de recherche Paris-Rocquencourt d'Inria au sein de l'équipe-projet POMDAPI. Elle sera financée par un contrat doctoral sur subvention Inria. Par ailleurs, cette étude s'inscrit dans une collaboration avec l'ANDRA et les développements logiciels seront réalisés dans un logiciel de simulation de l'ANDRA.

### **Contacts :**

Jérôme Jaffré (directeur de thèse, équipe-projet POMDAPI, [jerome.jaffre@inria.fr](mailto:jerome.jaffre@inria.fr)),  
Stéphane Lanteri (coordinateur de l'Action d'Envergure C2S@Exa, équipe-projet NACHOS, [stephane.lanteri@inria.fr](mailto:stephane.lanteri@inria.fr)).