

## Résumé :

Cette thèse s'intègre dans le cadre des études des perturbations atmosphériques, naturelles ou non, dont l'importance des effets sur la propagation des ondes électromagnétiques est bien connue. De façon générale, les modèles utilisés pour décrire l'évolution en temps court de ces perturbations sont de type « MHD » (Magnétohydrodynamique), le champ magnétique pouvant être figé ou pas selon l'intensité de la perturbation considérée. A contrario, en temps long, les modèles utilisés sont de type « Dynamo » ou « Striation ». Il va de soi que la cohérence des modèles doit être respectée si l'on veut restituer le plus fidèlement possible ces perturbations à l'aide de logiciels numériques s'appuyant sur ces modèles. En particulier, les modèles en temps long sont basés a priori sur des modèles MHD prenant en compte l'effet Hall, et ce dernier doit donc être aussi traité dans la phase temps court.

L'objectif de cette thèse est donc de développer une méthode numérique efficace permettant de prendre en compte l'effet Hall dans les modèles « MHD » à champ figé ou non.

## Sujet détaillé :

Le cadre général de cette thèse est la simulation numérique de l'évolution d'un plasma ionosphérique soumis à une perturbation initiale, et en particulier la prise en compte de l'effet Hall dans les codes de Magnétohydrodynamique. En pratique, lorsque l'on dérive rigoureusement les équations de la Magnétohydrodynamique à partir des équations d'Euler-Maxwell pour un plasma composé d'ions et d'électrons, on considère que les échelles de temps sont suffisamment grandes pour pouvoir négliger les termes d'inertie dans l'équation de quantité de mouvement des électrons qui sont supposés être dans un régime collisionnel. Ceci permet d'établir ce qu'il est d'usage de dénommer la loi d'Ohm généralisée. Cette loi met en jeu plusieurs termes qui sont :

- le terme de champ gelé qui donne lieu à la MHD idéale,
- le terme de collisions électrons-ions qui engendre la diffusion magnétique dans l'équation d'induction magnétique,
- le terme de gradient de pression électronique  $\nabla p_e / n_e$  ( $p_e$  pression électronique et  $n_e$  densité électronique) qui n'a pas d'effet sous une hypothèse d'isothermie ou d'isentropie,
- le terme d'effet Hall en  $(\mathbf{J} \times \mathbf{B}) / n_e$  où  $\mathbf{J}$  est le courant et  $\mathbf{B}$  le champ magnétique.

Bien souvent les termes d'effet Hall et de gradient de pression sont négligés, soit parce qu'ils sont considérés comme peu importants pour l'étude considérée, soit parce que, en réalité, ils sont difficiles à traiter numériquement. Ici, nous nous concentrons uniquement sur l'effet Hall dont la prise en compte est nécessaire afin d'assurer la cohérence entre les modèles utilisés en temps court, donc de type MHD, et ceux utilisés en temps long, donc de type Dynamo-Striation.

On distinguera dans cette thèse deux axes essentiels. Le premier concerne le traitement numérique de l'effet Hall proprement dit dans un code de MHD standard, i.e. avec un champ magnétique évoluant au cours du temps. En soi, ce premier axe constitue un point difficile à traiter compte tenu du caractère dispersif de l'opérateur mathématique sous-jacent à l'effet Hall ainsi que des constantes de temps induites. Bien que de nombreux auteurs aient déjà abordé ce problème, il ne se dégage pas à ce jour de méthode très satisfaisante. En particulier, les méthodes numériques ne s'appuient pas particulièrement sur la nature mathématique de l'opérateur Hall, ce qui est en général

un minimum requis. Il semble par conséquent nécessaire d'effectuer quelques investigations dans cette direction. On pourra par exemple considérer dans un premier temps une méthode de Galerkin qui a le bon goût de conserver l'énergie vis-à-vis de l'opérateur Hall.

Le deuxième axe de cette thèse concerne la cohérence des méthodes numériques par rapport aux modèles utilisés. En effet, d'une part dans la phase en temps court, il est possible de considérer soit un modèle MHD avec champ non figé soit un modèle MHD avec champ figé selon l'intensité de la perturbation initiale. Le modèle avec champ figé présente l'avantage de ne pas avoir à gérer le retour à l'équilibre du champ magnétique terrestre. Le modèle avec champ figé peut aussi être envisagé pour prendre le relais de la phase MHD standard lorsque les effets hydrodynamiques sont encore importants mais que le champ magnétique terrestre est revenu à sa situation initiale d'équilibre. On s'attachera donc dans cette thèse à développer une méthode numérique compatible avec l'une ou l'autre de ces approches, i.e. champ magnétique figé ou non. Pour finir dans le même ordre d'idée, la cohérence du modèle MHD en champ figé et des modèles en temps long de type Dynamo-Striation pourra être abordée. D'un point de vue théorique le passage d'un modèle à l'autre se fait par la mise en évidence d'un petit paramètre mesurant l'inertie des ions. Le modèle Dynamo est obtenu lorsque ce petit paramètre est nul. Il sera alors intéressant de mettre au point une technique numérique AP (Asymptotic Preserving) stable et robuste par rapport à ce petit paramètre. Ceci passera probablement par un traitement implicite d'un certain nombre de termes. Cette méthode devra en outre tenir compte de la forte anisotropie des différentes conductivités intervenant dans les modèles. En effet, la conductivité alignée (conductivité dans la direction des lignes de champ magnétique) tend vers l'infini lorsque la fréquence de collisions électrons-ions tend vers zéro, donc lorsque l'altitude devient grande. La méthode numérique proposée devra dans un souci de cohérence ne pas s'appuyer sur un maillage aligné selon les lignes de champ magnétique, mais plutôt sur un maillage géocentrique.

Cette thèse s'effectuera à l'institut de Mathématiques de Toulouse

en collaboration avec le CEA/CESTA de Bordeaux sous la direction de Claudia Negulescu (IMT), Fabrice Deluzet (IMT) et Gérard Gallice (CEA Bordeaux).

<http://www.math.univ-toulouse.fr/>

Les candidats intéressés peuvent envoyer un curriculum vitae à l'adresse suivante :

[claudia.negulescu@math.univ-toulouse.fr](mailto:claudia.negulescu@math.univ-toulouse.fr)

[Fabrice.Deluzet@math.univ-toulouse.fr](mailto:Fabrice.Deluzet@math.univ-toulouse.fr)