

## Sujet de stage M2 - PFE

# Méthode des éléments virtuels pour la modélisation électromagnétique

**Mots clés :** Méthode des éléments virtuels, maillage polygonale, projection, programmation scientifique, simulation numérique, électrostatique, magnétostatique

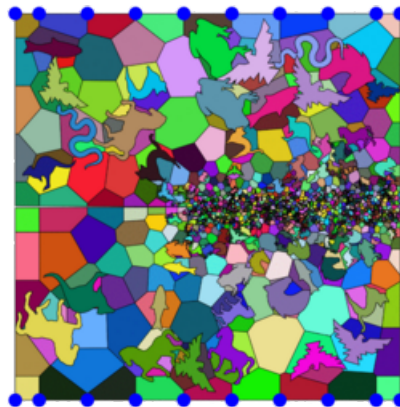
---

### Contexte :

La méthode des éléments virtuels (VEM) est une méthodologie numérique récente pour l'approximation de problèmes décrits par des équations aux dérivées partielles. Elle peut être considérée comme une généralisation des éléments finis. Le principal atout de la VEM est la possibilité d'utiliser des éléments de maillage avec des formes géométriques arbitraires, ce qui offre une meilleure flexibilité que la méthode des éléments finis (FEM) pour le maillage de géométries complexes.

L'idée principale de la méthode des éléments virtuels est de trouver une fonction de base unique, indépendante de la géométrie de l'élément, qui peut projeter les valeurs nodales sur la zone de l'élément tout en étant compatible avec les valeurs interpolées sur la frontière. Contrairement à la FEM, la VEM ne nécessite pas la connaissance explicite des fonctions de base. Au lieu de calculer ces fonctions de base locales à l'avance, elles sont déterminées *implicitement* sur chaque élément pendant le calcul, d'où le nom *virtuel*. En outre, les fonctions de base sont construites en fonction d'un entier  $k$ , qui représente l'ordre d'interpolation de l'approximation. Toute l'intégration est exécutée sur la frontière de l'élément sans qu'il soit nécessaire d'utiliser une correspondance isoparamétrique. L'avantage par rapport aux éléments finis classiques est qu'il est facilement possible de discrétiser une géométrie en utilisant des polygones/polyèdres convexes ou non convexes avec un nombre arbitraire de sommets. Comme le nombre de nœuds peut être modifié sans qu'il soit nécessaire de recalculer ou de changer la base de l'élément, des nœuds supplémentaires peuvent facilement être insérés pendant le calcul.

Bien qu'elle soit récente, la méthode VEM a déjà attiré l'attention de la communauté computationnelle, en particulier celle de la mécanique où elle a été étudiée dans le contexte d'un grand nombre de problèmes, notamment l'élasticité linéaire, la déformation finie, l'inélasticité des matériaux, l'optimisation topologique, le contact, la géomécanique et la mécanique des fractures.



### Objectifs du stage :

La VEM a été très peu étudiée pour traiter des problèmes électromagnétiques. Dans ce cadre, le (la) candidat(e) participera à l'étude et à l'implémentation de la méthode des éléments virtuels pour traiter des problèmes électrostatiques et/ou magnétostatiques. Une comparaison avec la méthode des éléments finis sera conduite afin d'analyser le comportement de la VEM sur des cas tests.

Les différentes phases du stage seront :

- Étude bibliographique sur la VEM pour le traitement de problèmes électrostatiques et/ou magnétostatiques.
- Réalisation d'un code de calcul pour la résolution d'un problème simple d'électrostatique ou de magnétostatique 2D.
- Évaluer la performance de la méthode par rapport à la FEM standard.
- En fonction des résultats et de l'intérêt du (de la) candidat(e), l'étude comprendra une investigation sur l'adaptation de maillage et/ou sur l'adaptation du code au traitement de problème 3D.

Ce travail offrira une base pour pouvoir tester et évaluer la méthode des éléments virtuels pour les problèmes électromagnétiques basses fréquences. Une première revue de littérature est disponible, ainsi qu'une partie des codes de départ (en `matlab`).

### Compétences requises - Profil de l'étudiant(e) :

Le (la) candidat(e) au stage doit avoir de bonnes bases en modélisation numérique, sur la méthode des éléments finis et la programmation scientifique. En outre, le (la) candidat(e) doit montrer un intérêt pour le développement d'outils de modélisation et code de calcul scientifique. Il (elle) doit être motivé(e) par la recherche appliquée en collaboration avec des chercheurs de différentes disciplines. Un bon niveau d'anglais et des capacités de rédaction sont demandés.

Ce stage s'adresse à un(e) étudiant(e) en formation en 3<sup>ème</sup> année École d'Ingénieur (Bac+5) ou Master 2 en mathématique appliquée (méthodes numériques, analyse numérique), physique appliqué, génie électrique, mécanique, intéressé(e) par les méthodes numériques et la programmation scientifique.

**Pré-requis :** Bonne connaissance de la méthode des éléments finis, programmation scientifique (`java`, `python`, `matlab`), notion en algorithmique.

### Informations complémentaires :

- Environnement :
  - Laboratoire : Laboratoire de Génie Électrique de Grenoble (G2Elab)
  - Équipe de recherche : MAGE - Modèles, Méthodes et Methodologies Appliqués au Génie Électrique
  - Encadrant :
    - \* Nicolas Galopin : [nicolas.galopin@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:nicolas.galopin@univ-grenoble-alpes.fr)
  - Localisation : Bâtiment GreEn-ER - Grenoble
  - Durée du stage : de 5 à 6 mois entre Février et Juillet 2024
- Comment postuler ? Envoyer une lettre de motivation et un CV au superviseur.

## Internship subject M2 - PFE

# Virtual element method for electromagnetic modeling

**Mots clés :** Virtual element method, polygonal mesh, projection, scientific programming, numerical simulation, electrostatics, magnetostatics

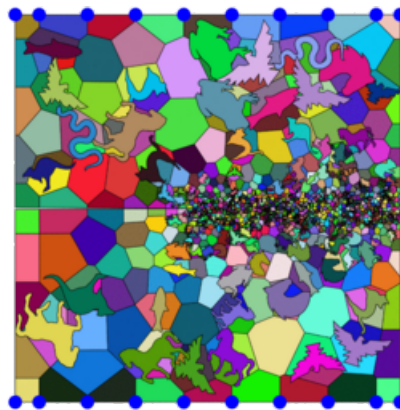
---

### Context:

The virtual element method (VEM) is a recent numerical methodology for approximating problems described by partial differential equations. VEM can be considered as a generalization of finite elements. The main advantage of the virtual element method is the possibility of using mesh elements with arbitrary geometric shapes, offering greater flexibility than the finite element method (FEM) for meshing complex geometries.

The main idea behind the VEM is to find a single basis function, independent of the element geometry, that can project nodal values onto the element area while being compatible with interpolated values on the boundary. Unlike FEM, VEM does not require explicit knowledge of basis functions. Instead of calculating these local basis functions in advance, they are determined *implicitly* on each element during the calculation, hence the name *virtual*. In addition, the basis functions are constructed as a function of an integer  $k$ , which represents the interpolation order of the approximation. All integration is performed on the element boundary, without the need for isoparametric matching. The advantage over conventional finite elements is that a geometry can easily be discretized using convex or non-convex polygons/polyhedra with an arbitrary number of vertices. As the number of nodes can be modified without the need to recalculate or change the element base, additional nodes can easily be inserted during the calculation.

Although still recent, the VEM method has already attracted the attention of the computational community, particularly in mechanics, where it has been studied in the context of a wide range of problems, including linear elasticity, finite deformation, material inelasticity, topological optimization, contact, geomechanics and fracture mechanics.



### **Internship objectives:**

VEM has been little studied for electromagnetic problems. In this context, the candidate will participate in the study and implementation of the virtual element method for electrostatic and/or magnetostatic problems. A comparison with the finite element method will be carried out in order to analyze the behavior of the VEM on test cases.

The different phases of the internship will be:

- Literature review on VEM for the treatment of electrostatic and/or magnetostatic problems.
- Development of a calculation code to solve a simple 2D electrostatics or magnetostatics problem.
- Evaluate the method's performance against standard FEM.
- Depending on the results and the candidate's interest, the study will include an investigation into mesh adaptation and/or code adaptation to 3D problem solving.

This work will provide a basis for testing and evaluating the virtual element method for low-frequency electromagnetic problems. A first literature review is available, as well as some initial code (in `matlab`).

### **Required skills - Student profile:**

The candidate for the internship must have a good knowledge of numerical modeling, the finite element method and scientific programming. In addition, the candidate must show an interest in the development of modeling tools and scientific calculation codes. He/she must be motivated by applied research in collaboration with researchers from different disciplines. A good level of English and good writing skills are required.

This internship is open to students at engineering school (Bac+5) or Master 2 in applied mathematics (numerical methods, numerical analysis), applied physics, electrical engineering, mechanics, interested in numerical methods and scientific programming.

**Prerequisites:** Good knowledge of the finite element method, scientific programming (`java`, `python`, `matlab`), notion of algorithmics.

### **Additional information:**

- Environment:
  - Laboratory: : Grenoble Electrical Engineering laboratory (G2Elab)
  - Research team: MAGE - Models, Methods and Methodologies Applied to Electrical Engineering
  - Supervisor :
    - \* Nicolas Galopin : [nicolas.galopin@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:nicolas.galopin@univ-grenoble-alpes.fr)
  - Location: Building GreEn-ER - Grenoble
  - Duration of internship: 5 to 6 months between February and July 2024
- How to apply ? Send a motivation letter and CV to supervisors.