

Arithmétique à virgule flottante, structure des erreurs d'arrondi et certification symbolique de la qualité numérique

Claude-Pierre JEANNEROD, Inria - ENS de Lyon

Après une introduction générale à l'arithmétique virgule flottante et un tour d'horizon des différents styles de certification liés à cette façon de représenter et manipuler les nombres réels, nous nous focaliserons sur quelques approches développées récemment dans le but de prédire finement l'effet possible des erreurs d'arrondi sur la qualité numérique du résultat d'un calcul. En particulier, nous verrons à l'aide de plusieurs exemples qu'il est possible d'établir *a priori* des bornes optimales ou asymptotiquement optimales sur l'erreur relative maximale. Ces exemples seront aussi l'occasion de souligner l'importance, dans de nombreux cas, de deux techniques complémentaires : d'une part, la prise en compte de la structure des erreurs d'arrondi lors du calcul des bornes et, d'autre part, la construction de données d'entrée symboliques, paramétrées par le format arithmétique et garantissant la finesse de ces bornes dans la plupart des situations pratiques.

- [1] *IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic, IEEE Standard 754-2019*. IEEE Computer Society, New York, 2019.
- [2] C. F. Borges, C.-P. Jeannerod, J.-M. Muller. *High-level algorithms for correctly-rounded reciprocal square roots*, 2022. Submitted.
- [3] R. Brent, C. Percival, P. Zimmermann. *Error bounds on complex floating-point multiplication*. Mathematics of Computation, **76**, 1469–1481, 2007.
- [4] N. J. Higham. *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms*. Society for Industrial and Applied Mathematics, second ed., 2002.
- [5] C.-P. Jeannerod. *The relative accuracy of $(x+y)*(x-y)$* . Journal of Computational and Applied Mathematics, **369**, 1–15, 2020.
- [6] C.-P. Jeannerod, P. Kornerup, N. Louvet, J.-M. Muller. *Error bounds on complex floating-point multiplication with an FMA*. Mathematics of Computation, **86**, 881–898, 2017.
- [7] C.-P. Jeannerod, S. M. Rump. *On relative errors of floating-point operations : Optimal bounds and applications*. Mathematics of Computation, **87(310)**, 803–819, 2018.
- [8] M. Lange, S. M. Rump. *Sharp estimates for perturbation errors in summations*. Mathematics of Computation, **88(315)**, 349–368, 2019.
- [9] J.-M. Muller, N. Brunie, F. de Dinechin, C.-P. Jeannerod, M. Joldes, V. Lefèvre, G. Melquiond, N. Revol, S. Torres. *Handbook of Floating-Point Arithmetic*. Birkhäuser Boston, 2018.
- [10] S. M. Rump. *Verification methods : Rigorous results using floating-point arithmetic*. Acta Numerica, **19**, 287–449, 2010.
- [11] S. M. Rump. *Error bounds for computer arithmetics*. In *Proc. 2019 IEEE Symposium on Computer Arithmetic*, pp. 1–14. IEEE Computer Society Press, 2019.