



AMR , une plate-forme pour le calcul multi-niveaux Algorithmes et implémentations explicites/implicites.

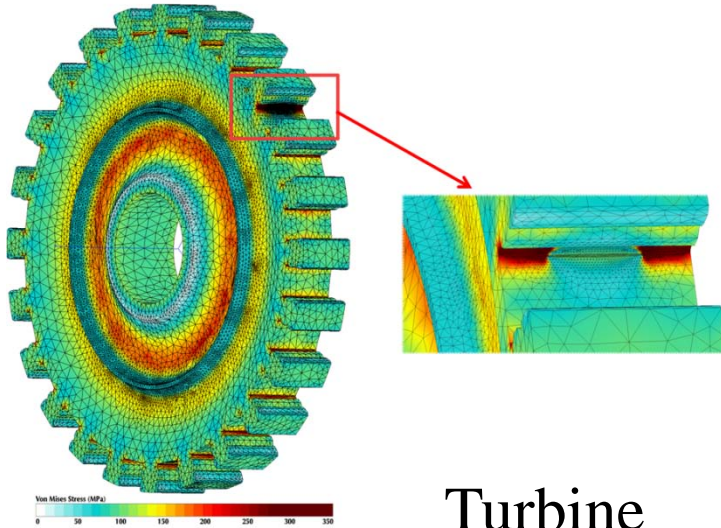
J. RYAN

1ères journées du GDR Calcul : 9-10 novembre 2009

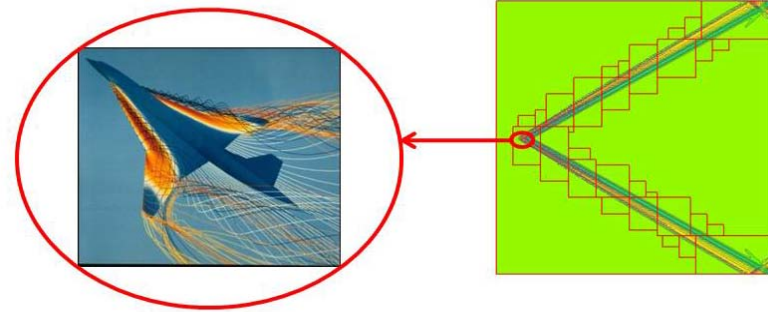


retour sur innovation

INTRODUCTION GENERALE

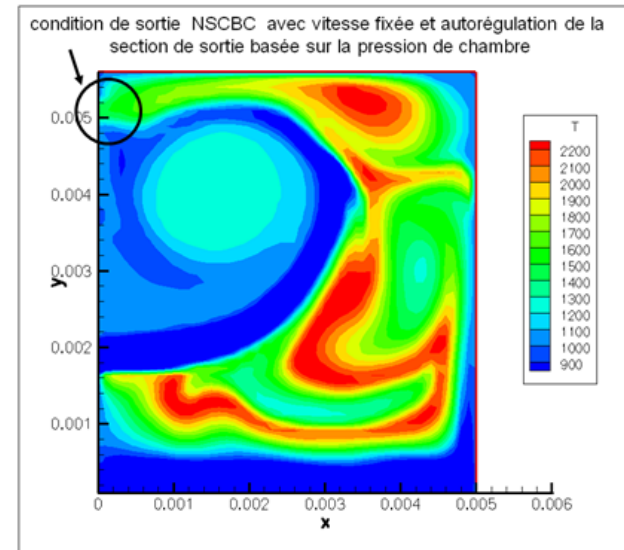


Turbine



Bang Sonique

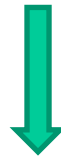
- Points communs:
 - Complexité de phénomènes interdépendants
 - Instationnaire ou dynamique
 - Nécessité simulation fine
 - Possible uniquement avec calcul adapté (en maillage, en modèle) et parallélisation performante en espace et en temps



Chambre de Combustion

INTRODUCTION GENERALE

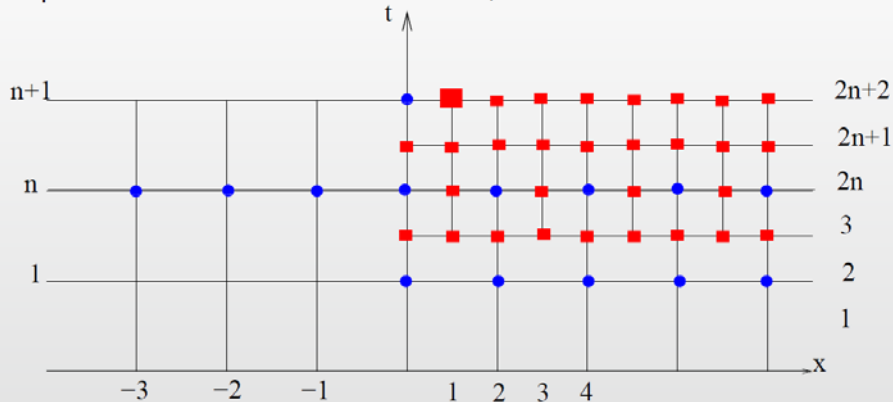
- Bonne maitrise actuellement des phénomènes mono-physique, ou de physiques couplées
- Besoin de simulations de scènes complexes et détaillées finement (Géométrie, modélisation locale), avec enrichissement des modèles. (Combustion, aérodynamique, ...)
- ➔ Inhomogénéité des discrétisations spatio-temporelles
- ➔ L' accroissement des capacités des super-calculateurs ne sera jamais suffisante (malgré la Loi de Moore)



Développement de méthodes mathématiques et numériques avancées pour traiter le multi-échelle, multi-modèle, multi-physique.

INTRODUCTION GENERALE

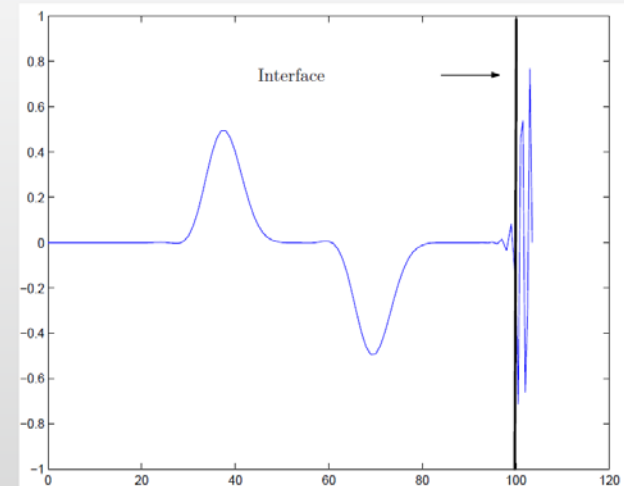
Equation des ondes en dimension 1, vitesse 1.



$$U_1(0, n) = U_2(0, 2n),$$

$$\frac{1}{2}(U_1(0, n) + U_1(0, n + 1)) = U_2(0, 2n + 1).$$

$\Omega_1 = (0, 100), \Omega_2 = (100, 103.5).$
 $\Delta x_1 = 2\Delta x_2 = 1, \Delta t_1 = 2\Delta t_2 = 0.913.$
400 pas de temps.



Oscillation numérique et non physique
Travaux de L. Halpern (LAGA - P13)

CONTEXTE NATIONAL et INTERNATIONAL

- INRIA

- CONCHA (Outils « Goal Oriented », méthode ordre élevé , adaptativité)
- NACHOS, (Modélisation numérique et calcul intensif pour des problèmes d'évolution en domaines complexes et milieux hétérogènes)
- GAMMA (Génération automatique de maillages)
- ...

Multi-échelles, Multi-modèles : thèmes de recherche internationale

- (Caltech, Princeton, DLR, TU Delft, Regensburg, ...)
- **Simulation of Multiphysics Multiscale Systems – ICCS Workshop depuis 2004**

AMR: un outil essentiel

- Histoire et stratégies diverses
- AMR structuré régulier hiérarchisée
- Problèmes de raccord (Grille fine – Grille grossière)
- Résolutions explicites, implicites
- Application Volumes finis – Navier Stokes
- Application Différences Finies – Combustion
- Lien Méthodes de Décomposition de Domaines

Histoire

- **Brandt A.** : Multi-level Adaptive Techniques IBM Research Report **1976**
- **Berger M.** : Adaptive Mesh Refinement for Hyperbolic Partial Differential Equations , Thèse **1982**
- **Berger M. et Colella P.** : Local Adaptive Mesh Refinement for Shock Hydrodynamics, JCP, (82- **1989**)
- **CHUTE DU MUR DE BERLIN– 9 Novembre 1989**
- **Quirk J. J.** :An Adaptive Grid Algorithm For Computational Shock Hydrodynamics, Thèse, **1991.**
- **http** : // seesar.lbl.gov/AMR (Berkeley)
- **Jouhaud J.C:** Méthode d'Adaptation de Maillages Structurés par Enrichissement , Thèse, 1997
- **Debreu L.** Raffinement adaptatif de Maillage et methodes de Zoom. Application aux modèles d'océan, Thèse, **2000**
- ...

1. Mécanique des Fluides
2. Cosmologie,
Astrophysique
3. Océanographie
4. Météorologie
5. Modélisation de semi-
conducteurs
6. Détonique
7. MHD
8. Combustion
9. ...

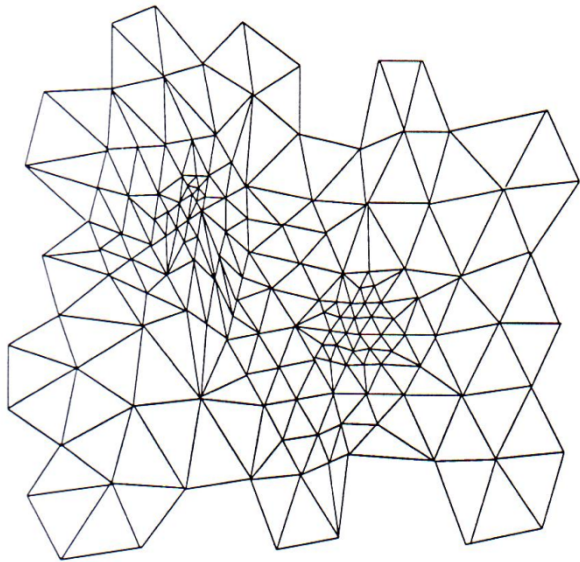
1. CHOMBO
2. DAGH
3. PARS
4. AMRCLAW
5. SAMRAI
6. AGRIF
7. CEA
8. ONERA
9.

Raffinement Adaptatif

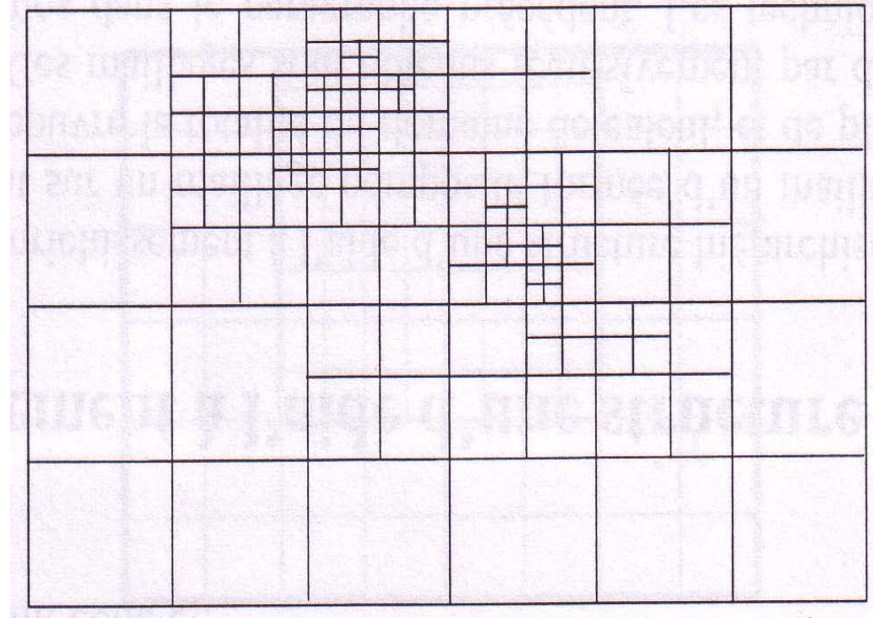
- **Problème :**
- Impossibilité de mailler finement l'ensemble du domaine
- Solution régulière sauf en dehors de zones (choc, couche limite, ...)

- **Solutions:**
- Adaptation des équations (Moretti, 1973, Shock Fitting Techniques)
- (Problème dépendant)
- Adaptation du maillage
- 1) Redistribution des points (Babushka, Rheinbold, 1978)
- 2) Enrichissement de maillage **structuré**, non-structuré

Raffinement Adaptatif de Maillage



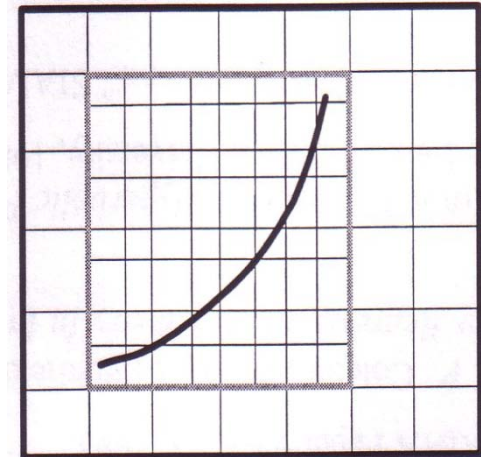
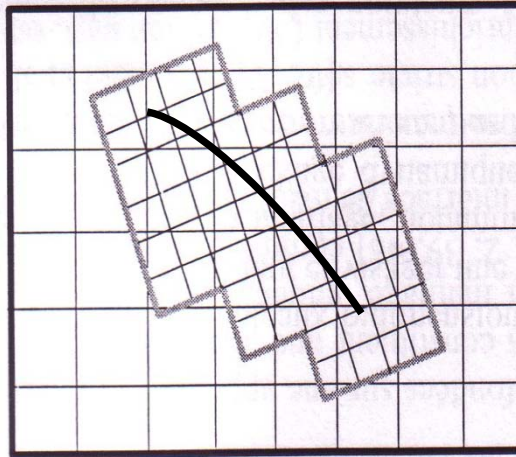
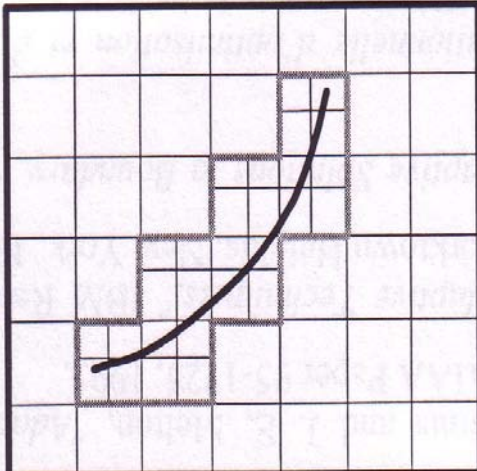
Enrichissement d'un maillage unique non-structuré



Enrichissement d'un maillage unique structuré

Raffinement de Maillage Structuré Hiérarchisé

ONERA



Aligné
/maillage de
Base

En Rotation /
maillage de Base
(M. Berger)

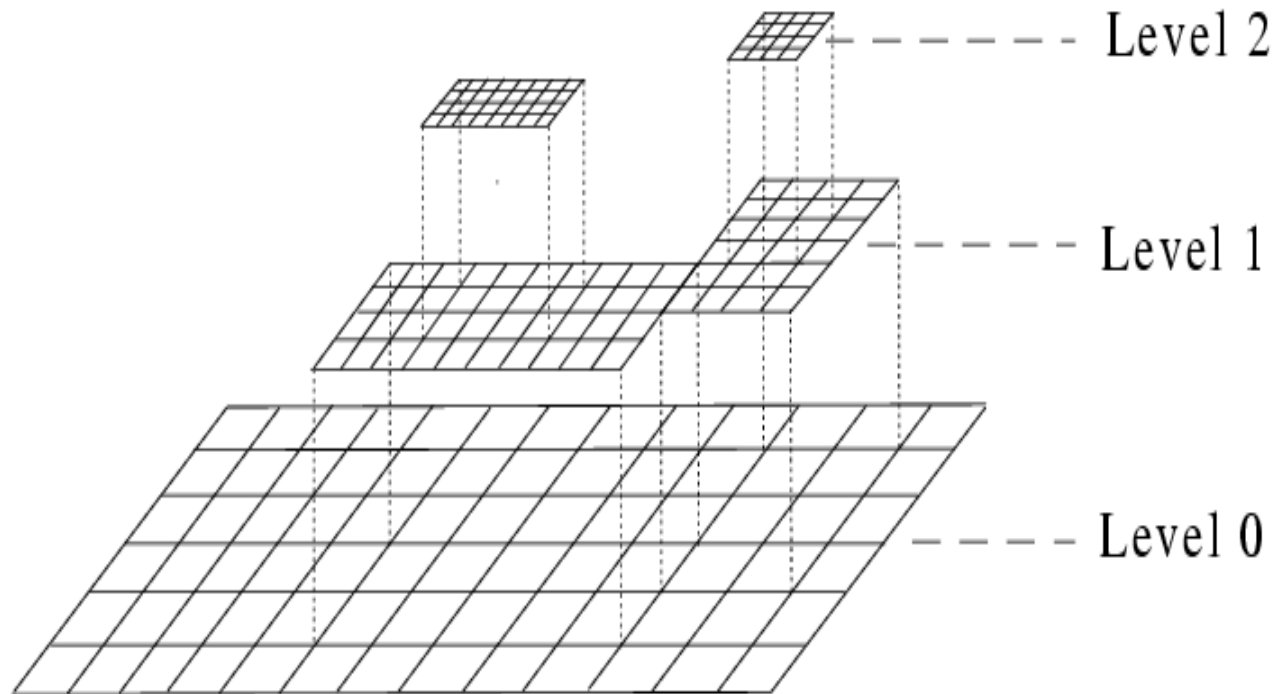
Topologiquement
similaire / maillage de
base

Pb conservation de
flux

Pourquoi le choix de l'ONERA

- ONERA : solveurs structurés stationnaires et instationnaires
- Enrichissement d'un maillage unique
 - Moins de stockage et plus facile à mettre en œuvre (+)
 - Problèmes des pas de temps locaux (-)
- Structure hiérarchisée
 - Régularité des maillages (+)
 - Changement de discrétisation ou d'équations suivant les niveaux de raffinement (+)
 - Multigrille local (accélération de la convergence pour l'implicite ou le stationnaire (+))

Raffinement Adaptatif de Maillage

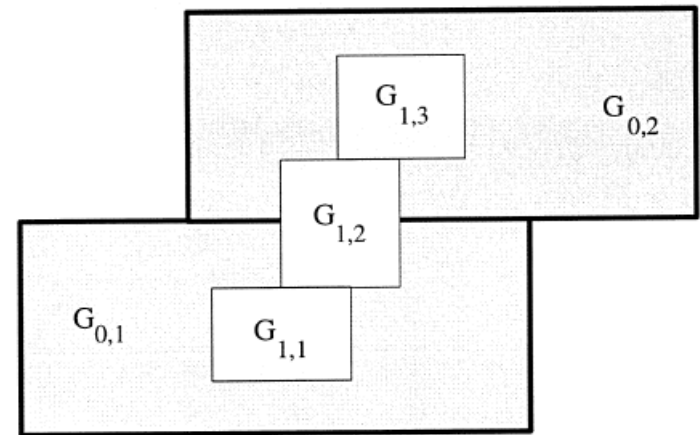


Stratégie indépendante du solveur

Règles de cohérence « Properly Nested »

1) Niveau I $G_l = \bigcup_k G_k^l$ $G_l \subset G_{l-1}$ Inclusion Stricte

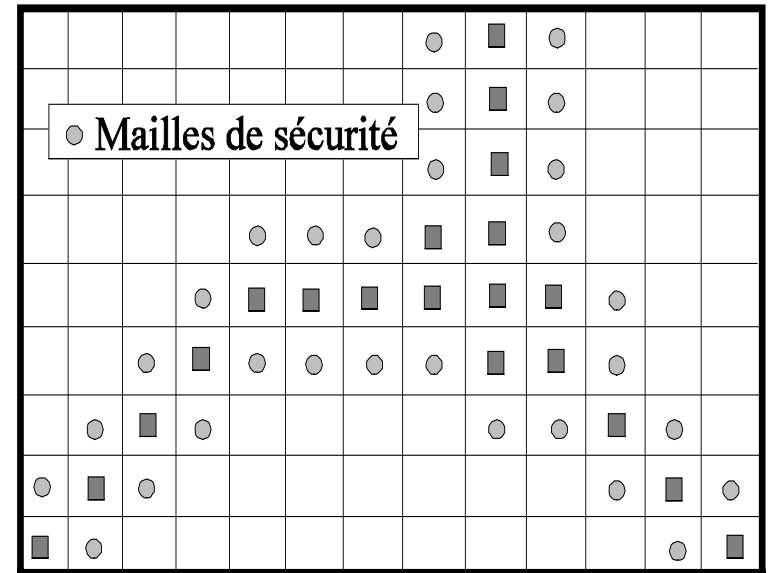
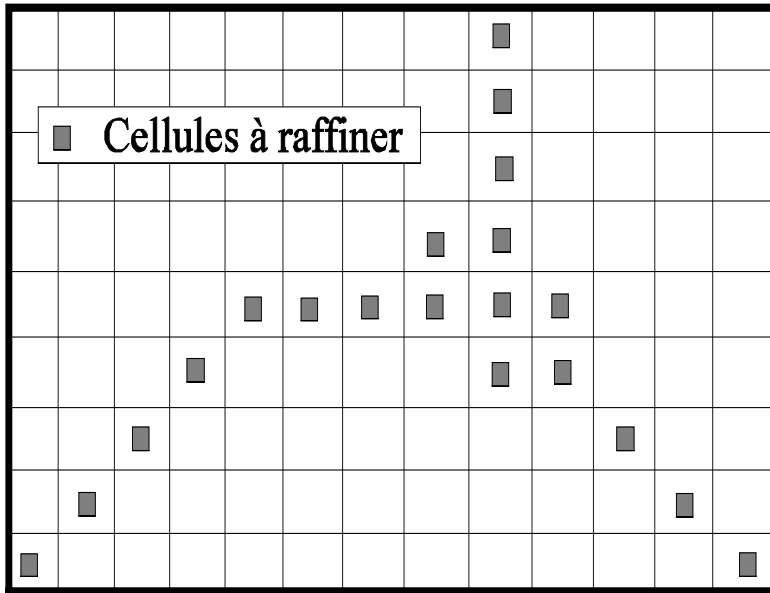
2) $G_l^k \cap G_l^j = \emptyset$ Si $k \neq j$



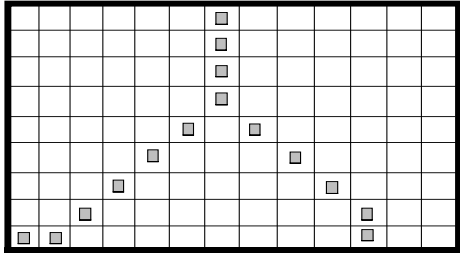
3) Les mailles adjacentes à G_l Sont dans G_{l-1}

Un patch de niveau l peut se retrouver sur 2 patches de niveau l-1

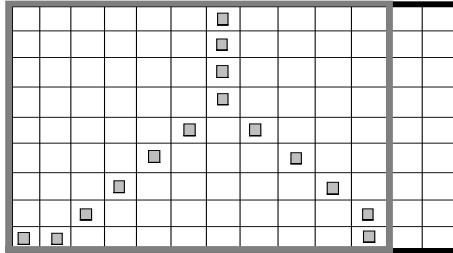
Création du Maillage Hiérarchisé : Critère de Raffinement



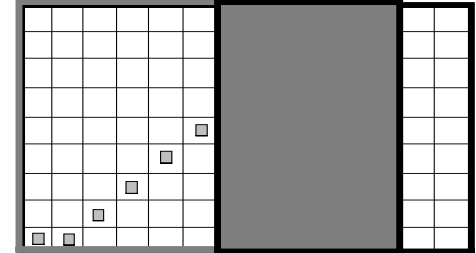
Création du Maillage Hiérarchisé : **Grouping/Clustering** (Quirk 1991)



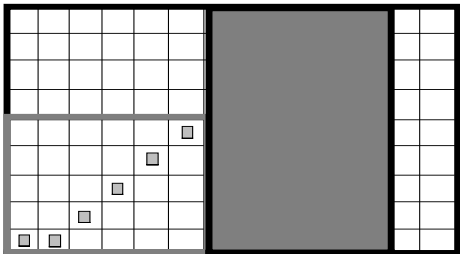
(a)



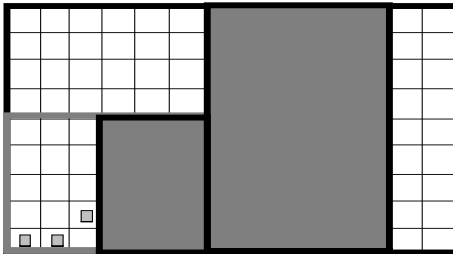
(b)



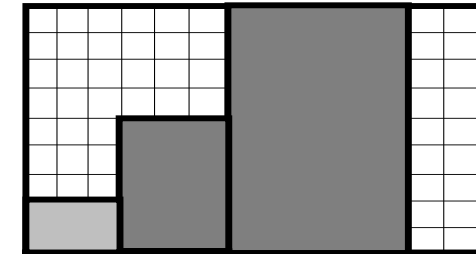
(c)



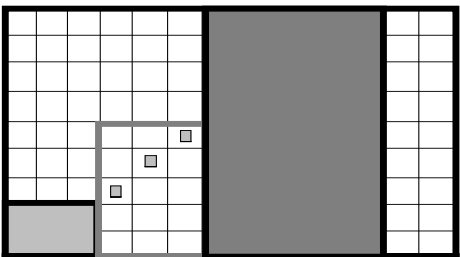
(d)



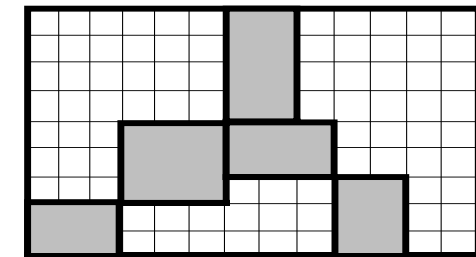
(e)



(f)

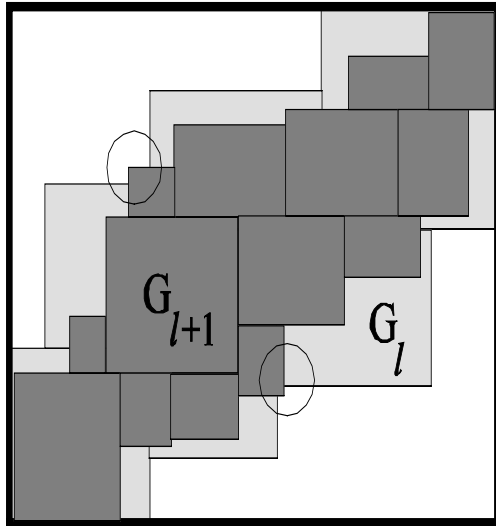


(g)

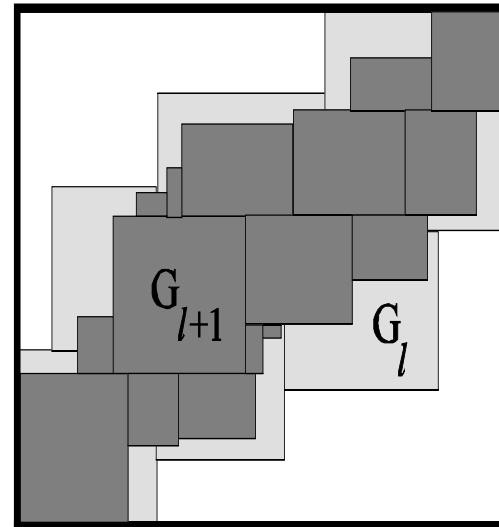


(h)

Création du Maillage Hiérarchisé : Grouping/Clustering



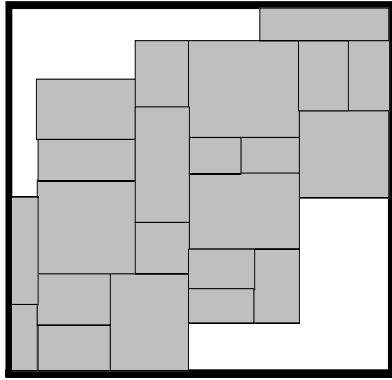
(a)



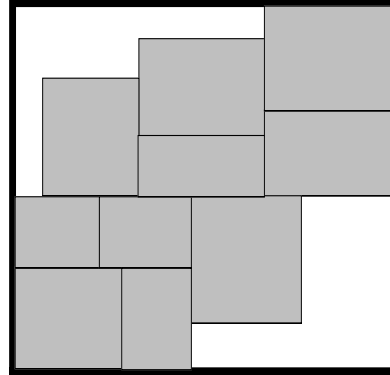
(b)

Vérification de la cohérence de la hiérarchie

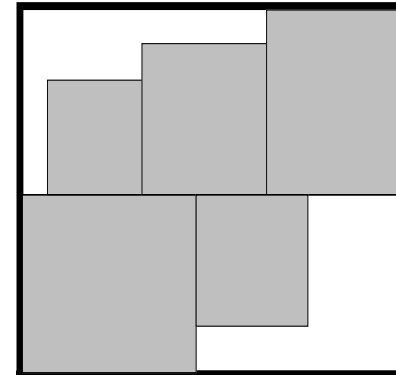
Création du Maillage Hiérarchisé : Grouping/Clustering



(a)

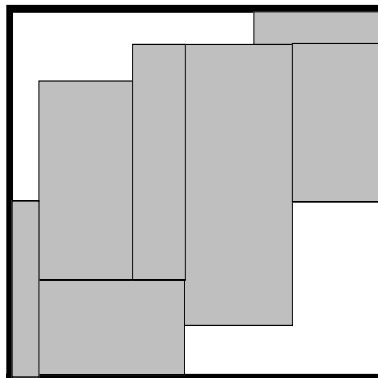


(b)

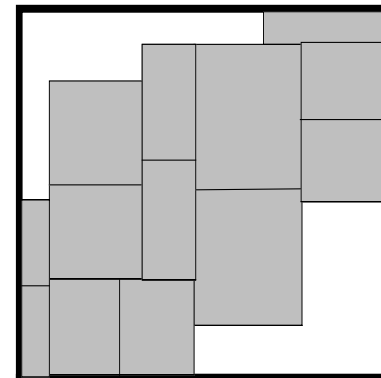


(c)

Regroupement



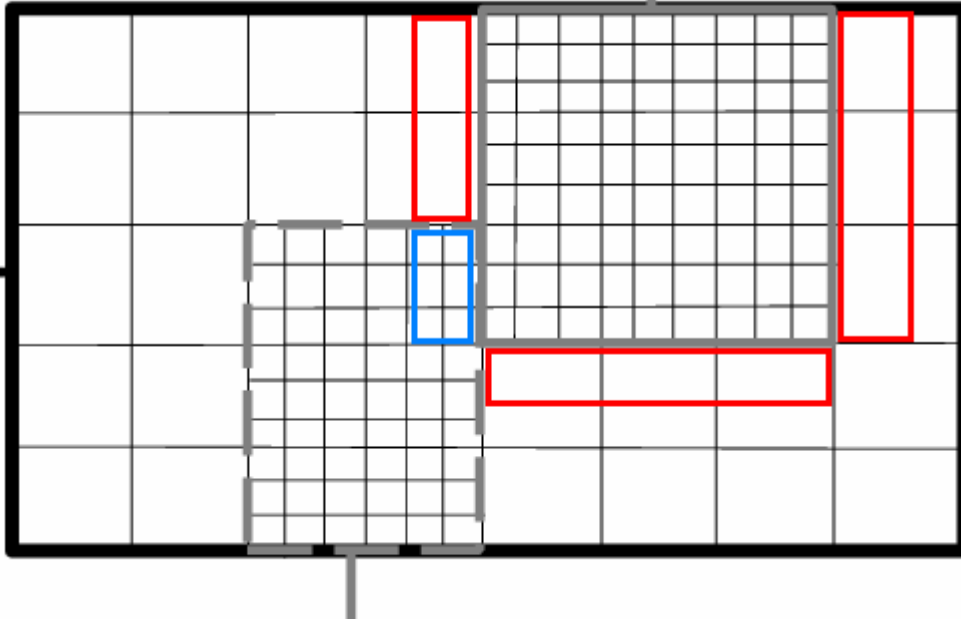
(a)



(b)

Découpage

Comment raccorder les patches: cellules fictives



Technique de mailles fictives remplies soit

- a) Copie (fin-fin) ———
- b) Interpolation ou projection (Grossier-fin) ———

Volumes Finis, formulation conservative: Corrections par flux

$$U_{i-1}^{n+1} = U_{i-1}^n + DU_{i-1}^n \quad (\text{M. Berger})$$

DU_{i-1}^n calculé initialement par flux grossiers remplace par flux fins

Différences Finies: Valeurs fictives déterminées pour satisfaire
 $du/dn (\text{fin}) = du/dn(\text{grossier})$

Schéma Numérique : Suivi de Grille

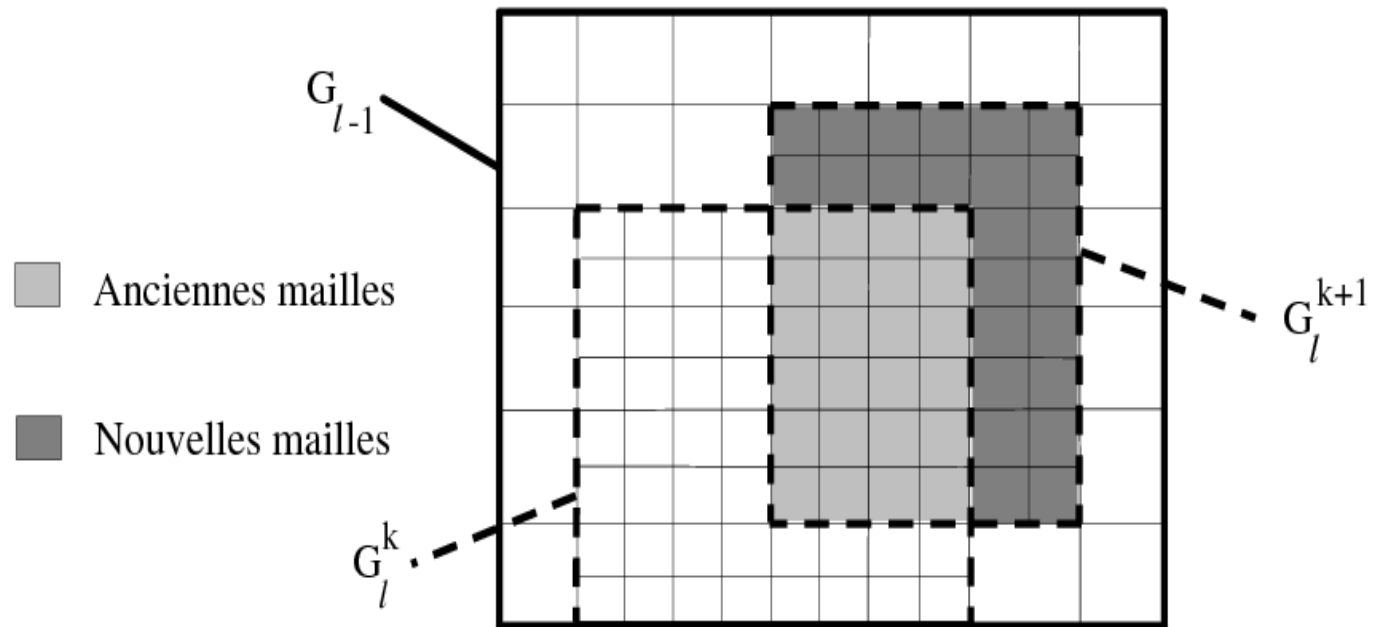
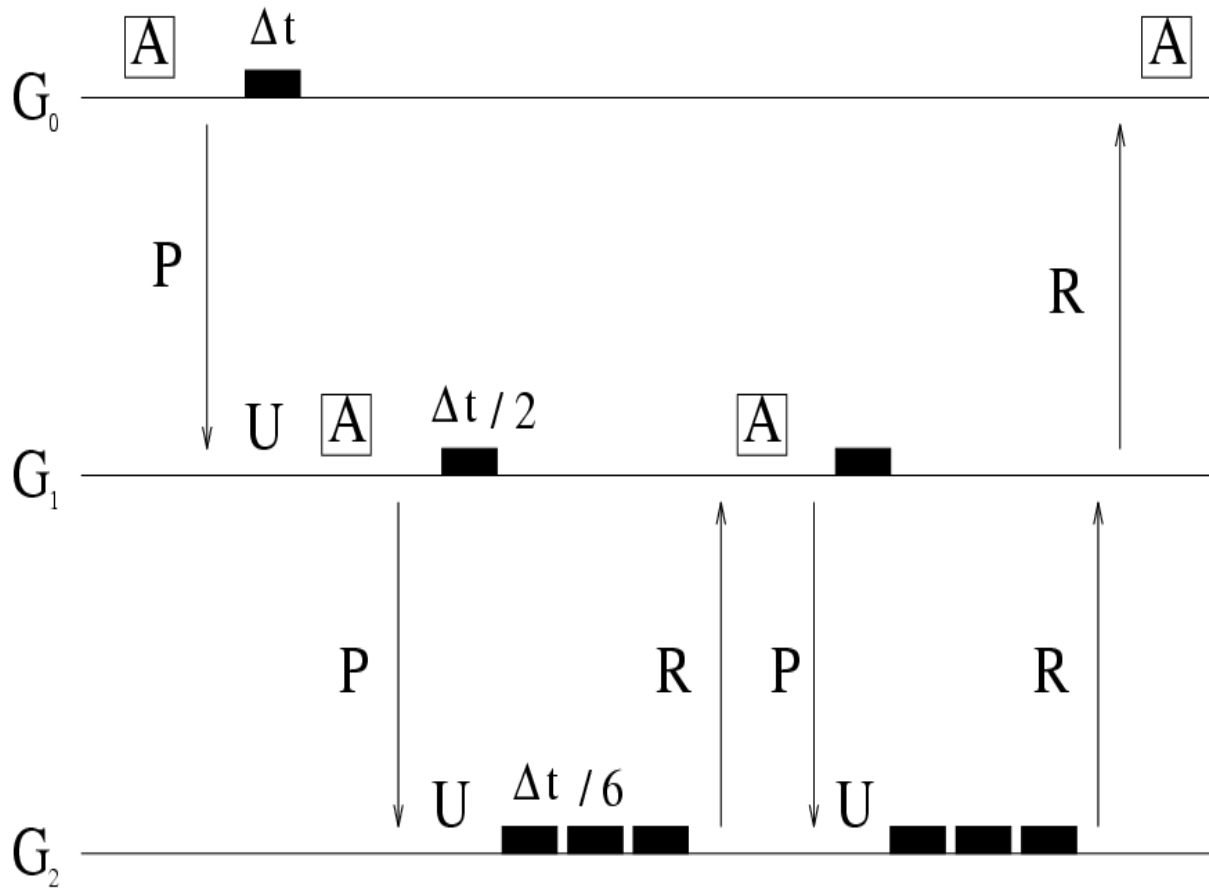


Schéma Numérique : Couplage des Niveaux instationnaire



2 Niveaux

• P : prolongation

• R : restriction

• A : adaptation

Couplage stationnaire implicite: (1)

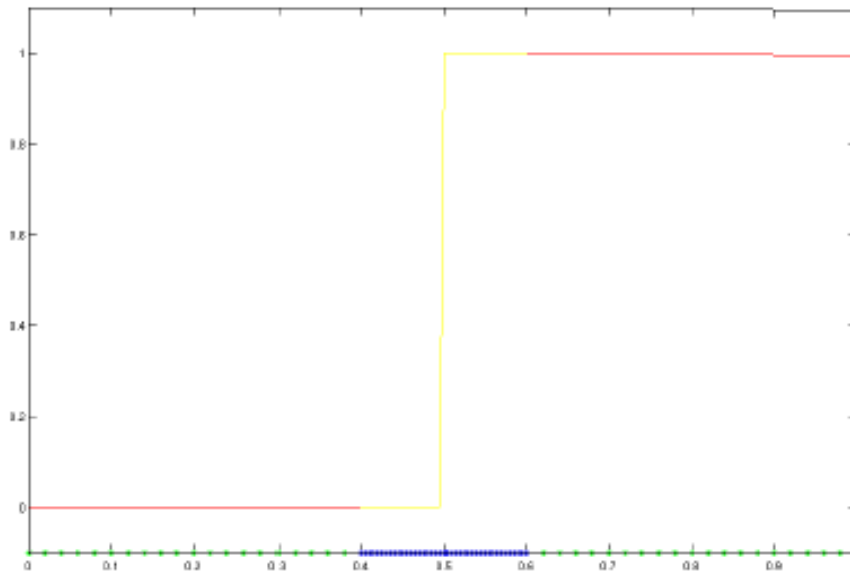
LDC Local Defect correction (Hackbush 1984)

Soit l'équation modèle de dilatation 1D

AIAA 2009 S. Dellacherie, Y. Penel, A. Mekkas, M. Borrel, J. Ryan

$$\begin{cases} \Phi''(x) = f(t, x) = \psi(t) \cdot \mathcal{P}(Y)(t, x) & x \in \Omega =]0, 1[\\ \Phi'(0) = \Phi'(1) = 0 \end{cases}$$

où la pulsation $\psi(t) = 1$, Y est créneau sur Ω et $\mathcal{P}(Y)(t, x) := Y(t, x) - \int_0^1 Y(t, y) dy$.



Couplage stationnaire implicite: (2)

LDC Local Defect correction (Hackbush 1984)

- Étape $k = 0$:

$$\begin{cases} \frac{\Phi_{H,k}(x_{i+1}) - 2\Phi_{H,k}(x_i) + \Phi_{H,k}(x_{i-1}))}{H^2} = f_H(x_i) & i = 1, 2, \dots, N-1 \\ \Phi'_{H,k}(x_0) = 0, \quad \Phi'_{H,k}(x_N) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\Phi_{h,k}(x_{i+1}) - 2\Phi_{h,k}(x_i) + \Phi_{h,k}(x_{i-1}))}{h^2} = f_h(x_i) & i = L_1, \dots, L_2 \\ \Phi_{h,k}(x_{L_1}) = \Phi_{H,k}(x_{L_1}) \\ \Phi_{h,k}(x_{L_2}) = \Phi_{H,k}(x_{L_2}) \end{cases}$$

Dirichlet ou Robin

où $L_1 := \gamma_1/H$ et $L_2 := \gamma_2/H$

Couplage stationnaire implicite: (2)

LDC Local Defect correction (Hackbush 1984)

- Étape $k = 1, \dots,$

$$\begin{cases} \frac{\Phi_{H,k}(x_{i+1}) - 2\Phi_{H,k}(x_i) + \Phi_{H,k}(x_{i-1}))}{H^2} = f_H(x_i) + R_{H,k-1}(x_i) & i = 1, 2, \dots, N-1 \\ \Phi'_{H,k}(x_0) = 0, \quad \Phi'_{H,k}(x_N) = 0 \end{cases}$$

$$R_{H,s}(x_i) = \begin{cases} \frac{\Phi_{h,s}(x_{i+1}) - 2\Phi_{h,s}(x_i) + \Phi_{h,s}(x_{i-1}))}{h^2} - f_H(x_i) & i = \{L_1, \dots, L_2\} \\ 0 & i = \{1, \dots, L_1 - 1\} \cup \{L_2 + 1, \dots, N\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\Phi_{h,k}(x_{i+1}) - 2\Phi_{h,k}(x_i) + \Phi_{h,k}(x_{i-1}))}{h^2} = f_h(x_i) & i = L_1, \dots, L_2 \\ \Phi_{h,k}(x_{L_1}) = \Phi_{H,k}(x_{L_1}) \\ \Phi_{h,k}(x_{L_2}) = \Phi_{H,k}(x_{L_2}) \end{cases}$$

Dirichlet ou Robin

Parallélisation

0	1		2		3
4	0	1	2	3	7
	4	5	6	7	
8	8	9	10	11	11
	12	13	14	15	
12	13		14	15	

- // par patch
- // par domaines

Cas Test : Euler, Navier Stokes

- Perfect Gas compressible Navier-Stokes

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot (F^c + F^d) = G$$

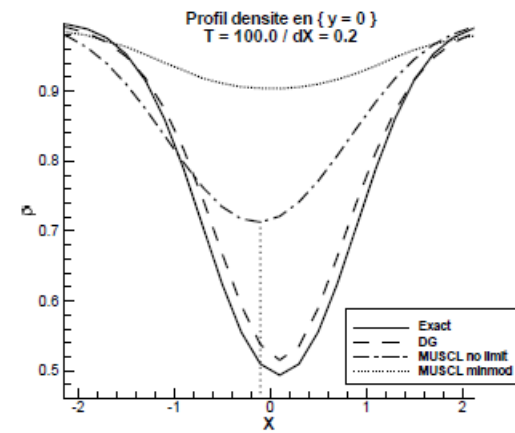
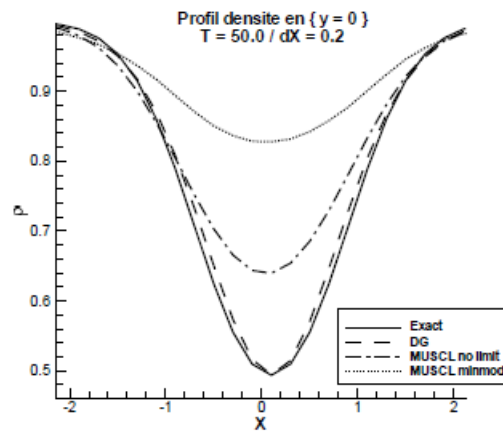
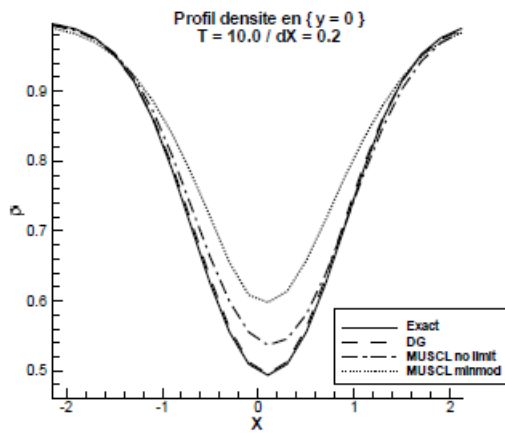
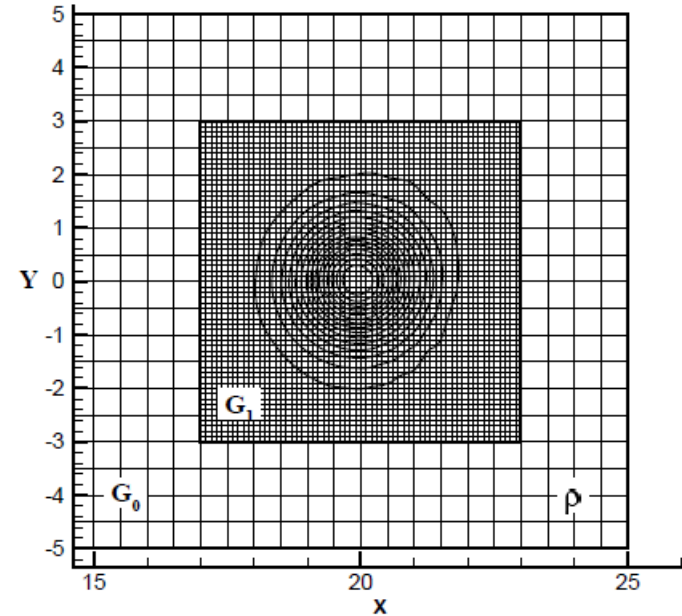
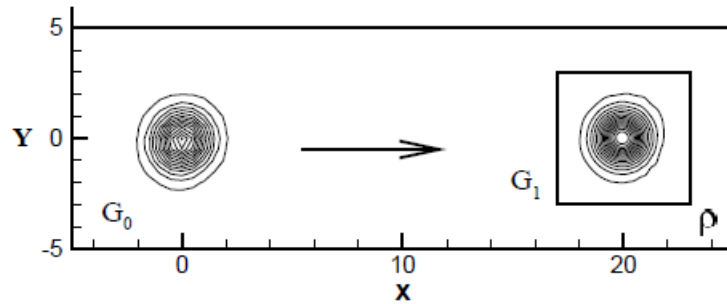
$$W = (\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, \rho E)^t$$

$$F_i^c = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} \\ u_i (p + \rho E) \end{pmatrix} \quad F_i^d = \begin{pmatrix} 0 \\ -\tau_{i1}/Re \\ -\tau_{i2}/Re \\ -\tau_{i3}/Re \\ -\tau_{ij} u_j + \frac{\gamma \mu}{Pr} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} / Re \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho Fr \\ 0 \\ -\rho u_2 Fr \end{pmatrix}$$

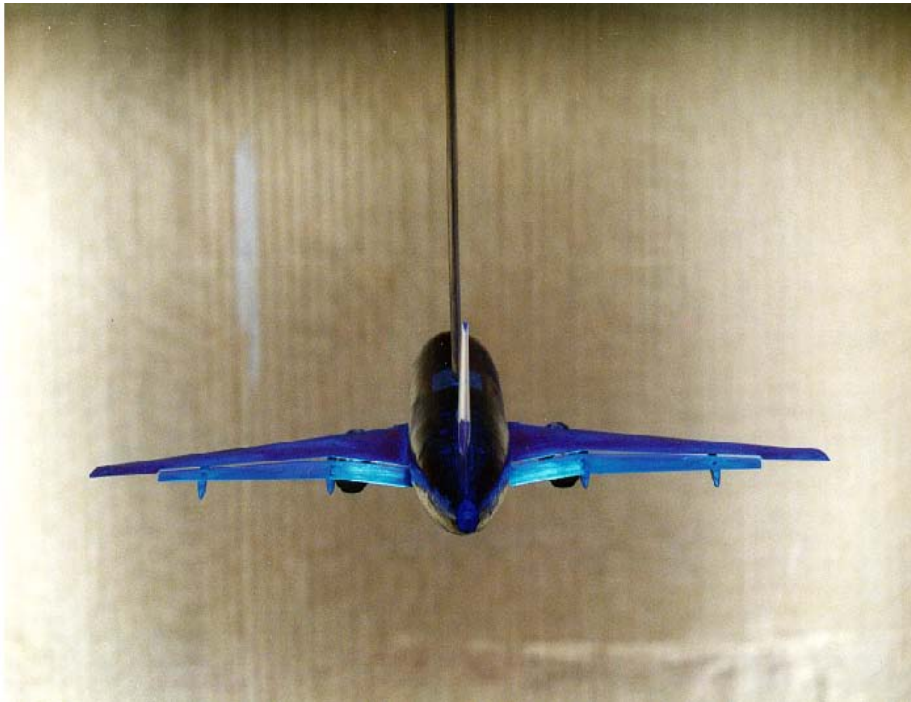
- Volumes Finis, Galerkin Discontinue, Différences Finies
- Schéma explicite en temps - Runge Kutta

Vortex 2D

Tourbillon de Yee et al
Sol. Exacte Euler JCP 1999



Test case – A300 Airbus

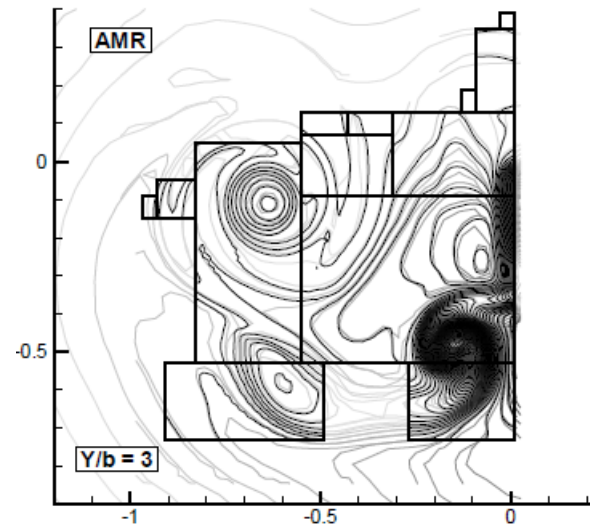
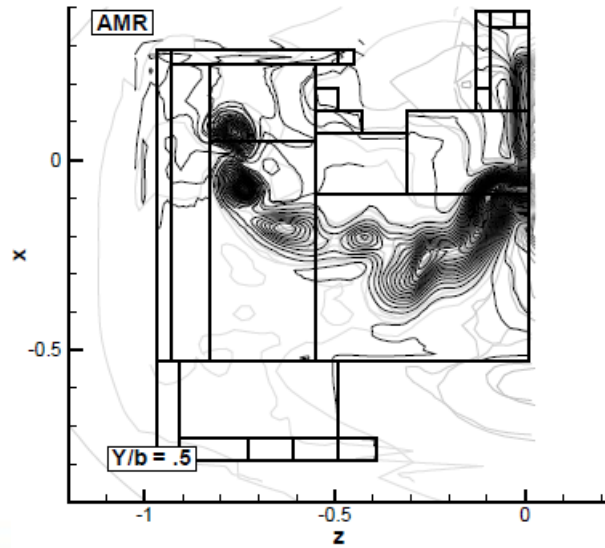
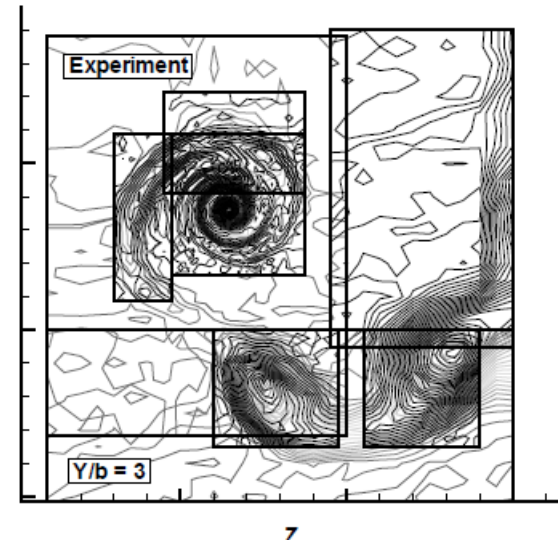
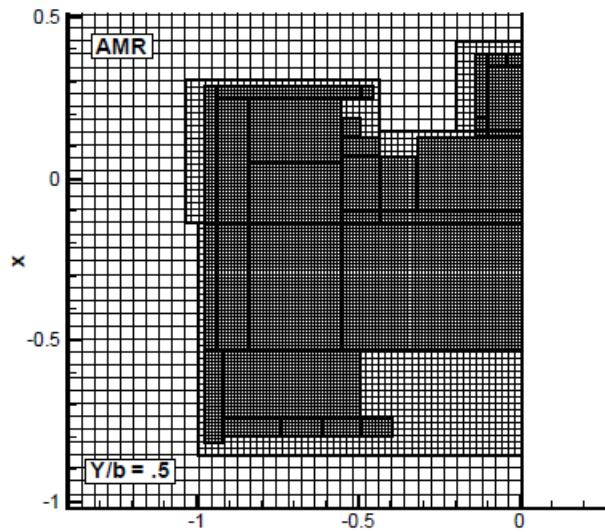


View of the A300 Airbus model

Eurowake project

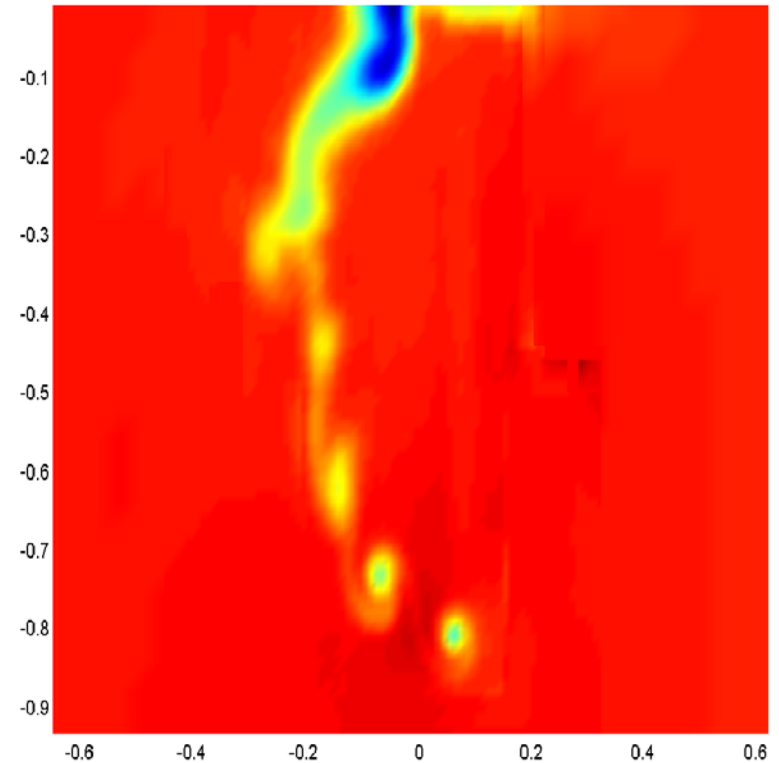
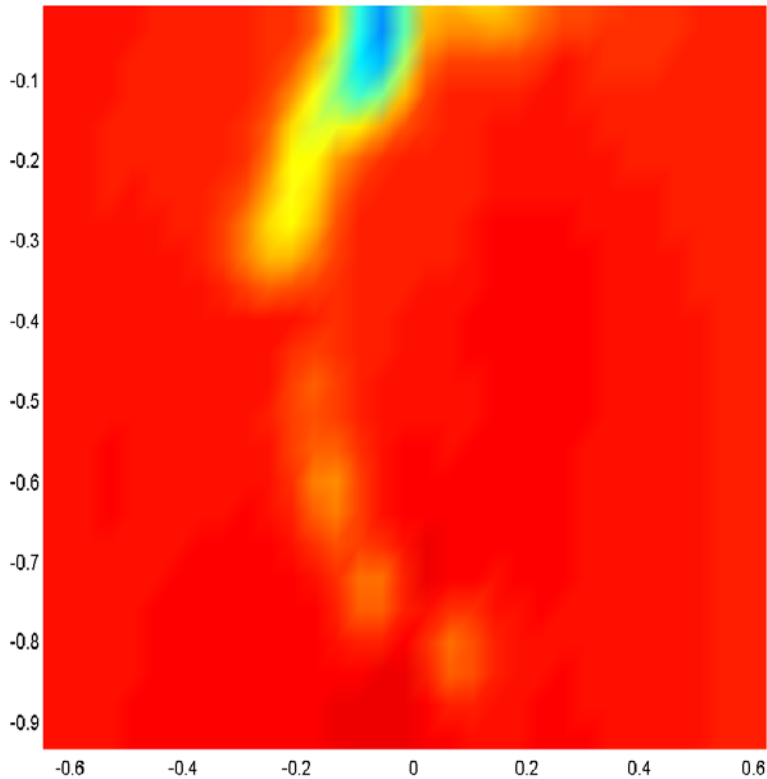
Numerical and experimental investigations of the formation process of a commercial aircraft *wake*

Test case – A300 Airbus



Test case – A300 Airbus

Iso-values Y-Velocity

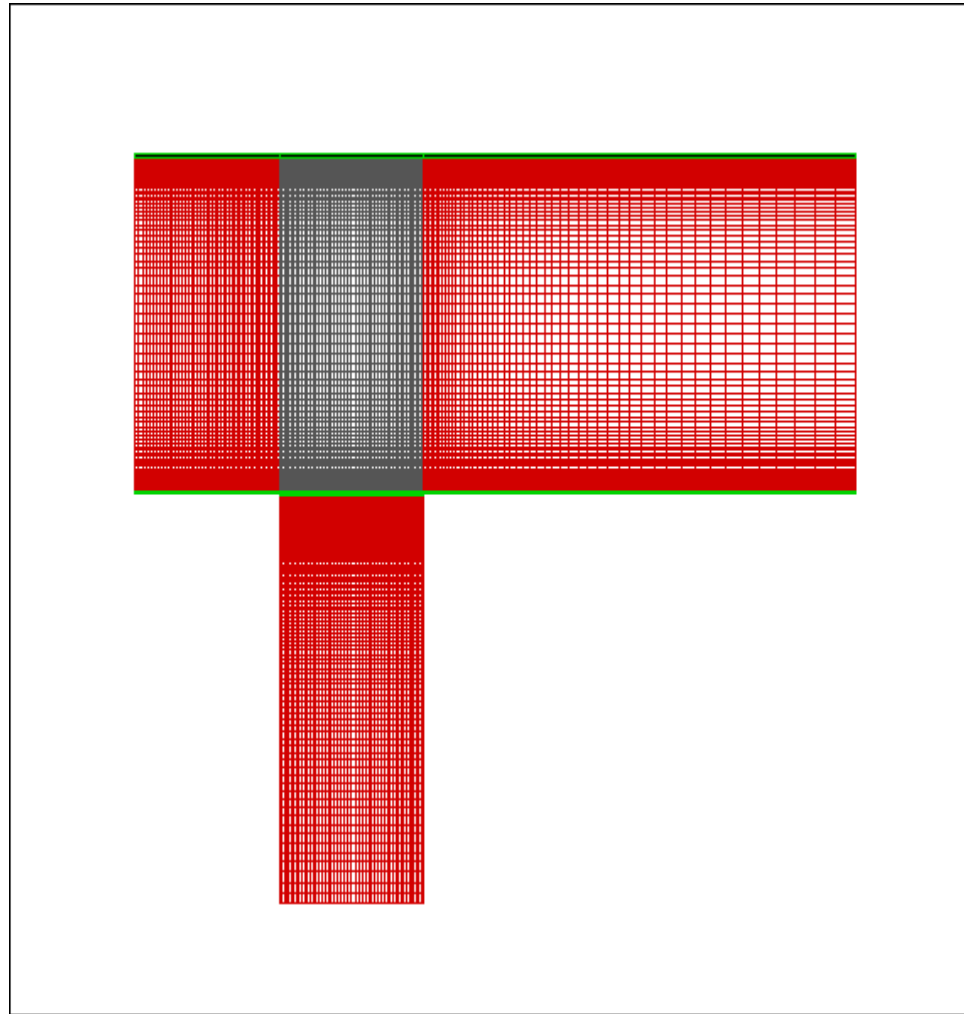


Intermediate fully refined grid solution

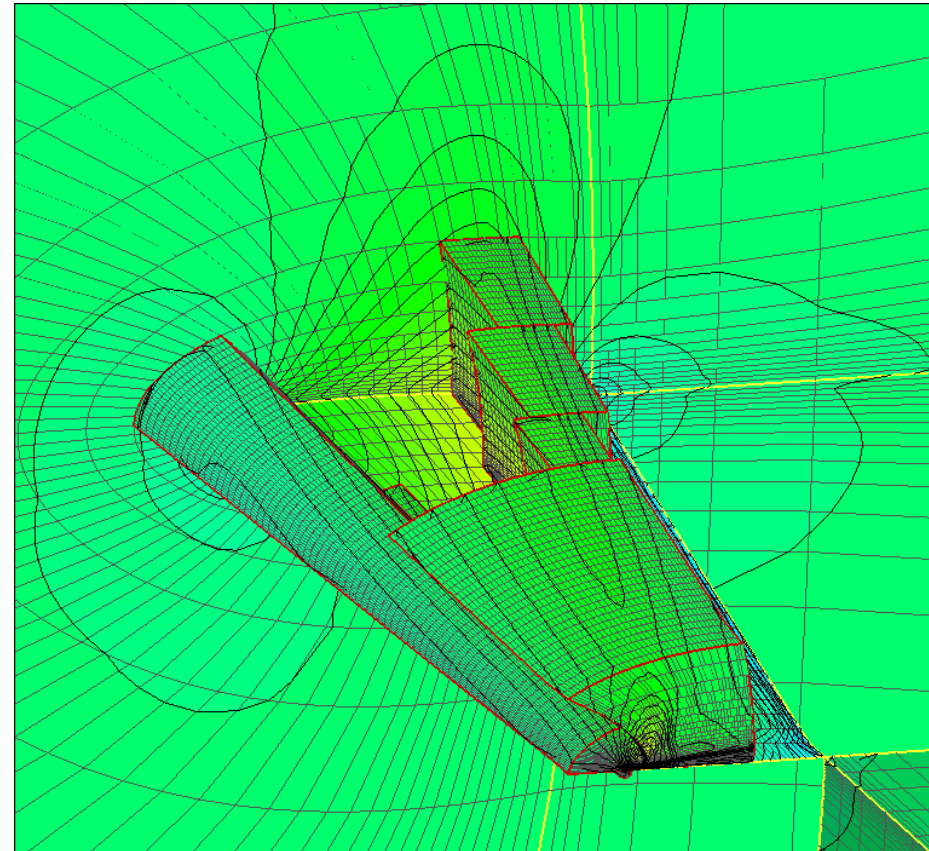
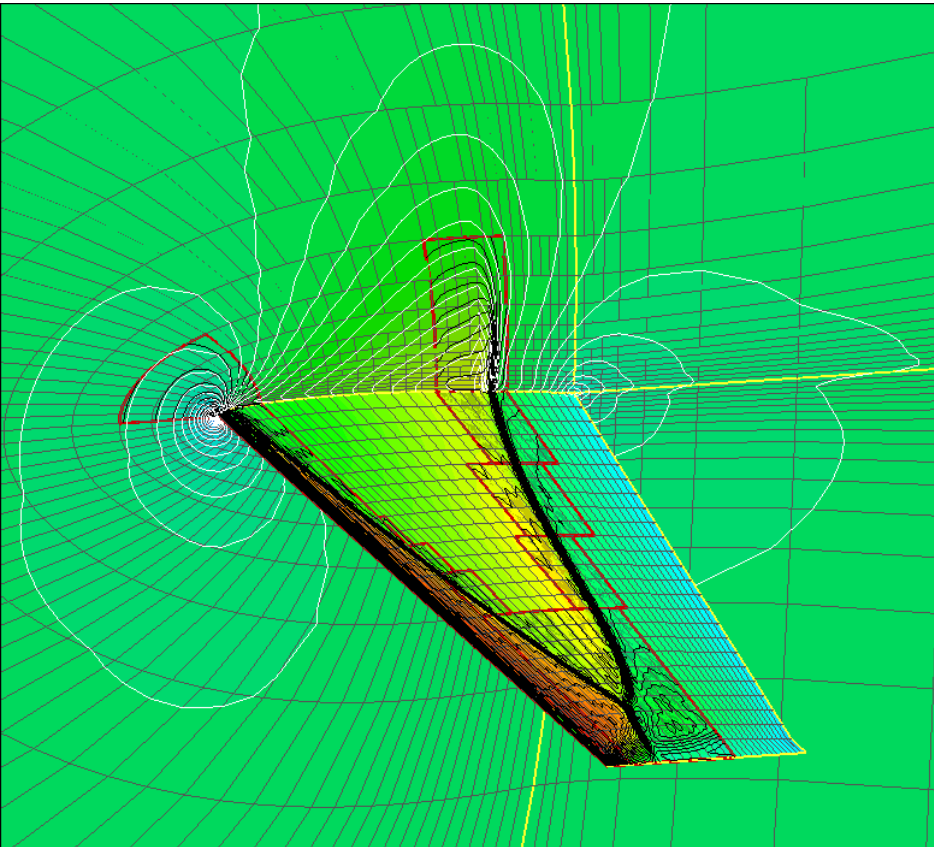
AMR solution

Coût divisé par 8

Cas test : Cavité optique



Cas test 3D, curviligne: Aile M6

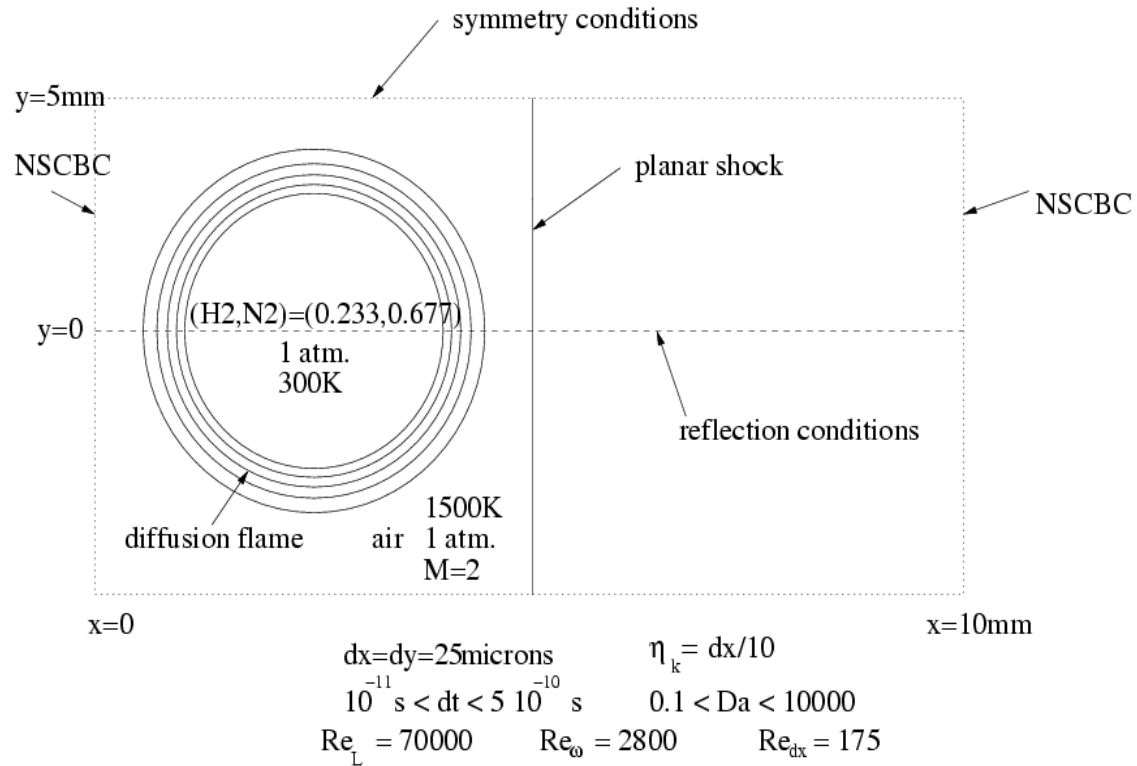


Aile M6 – Iso Mach

Application Combustion : Différences Finies

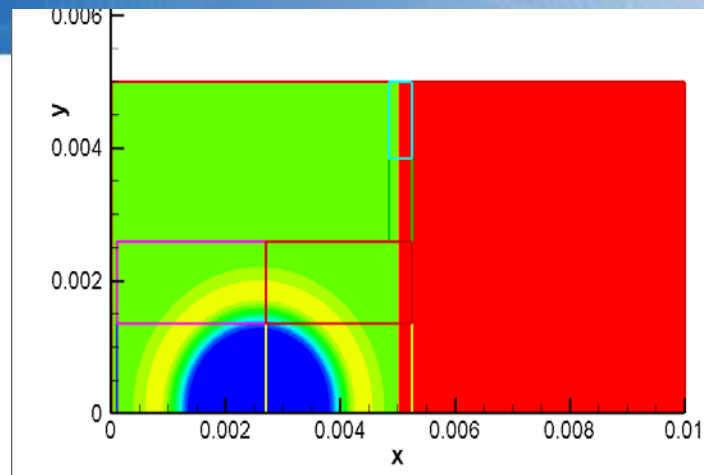
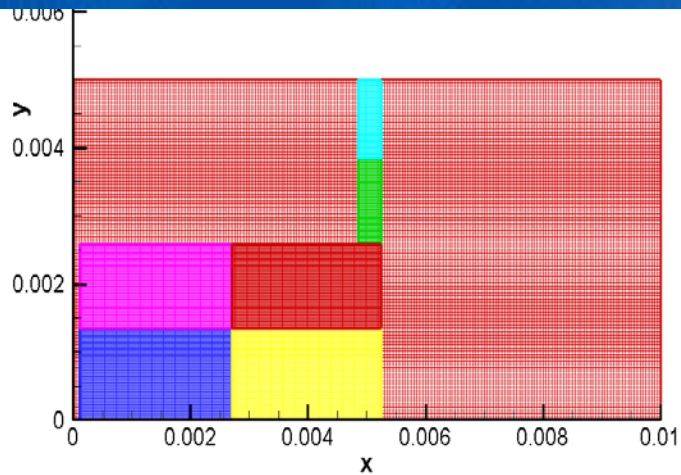
- **MAJIC** : (G. Billet) : Modélisation Aérothermodynamique des Jets
- Instationnaires en Combustion
- Navier-Stokes multi-espèces réactives 3D
- coefficients de transport (seul l'effet Dufour n'est pas pris en compte)
- bibliothèques EGlif, NRL, ...
- Arrhénius et cinétique détaillée

MAJIC – AMR Interaction diffusion flame – choc



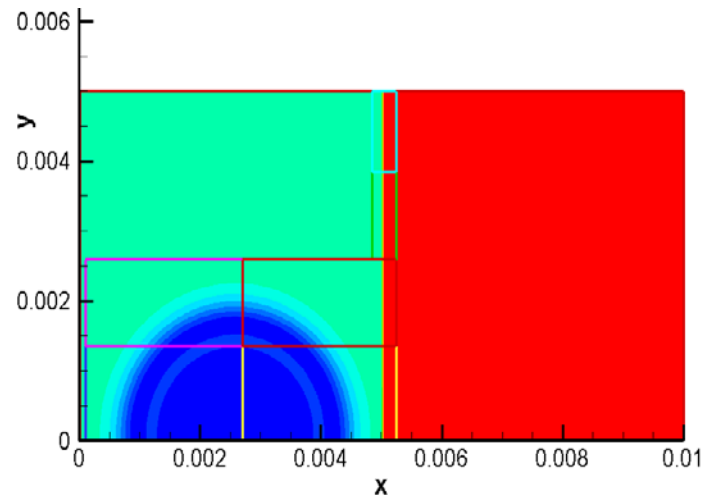
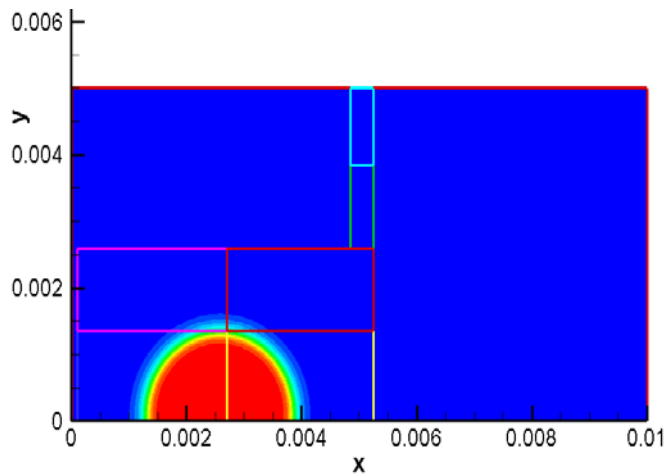
- AMR : Couronne 4 points fictifs

MAJIC-AMR – Solution Initiale



Maillage AMR initial

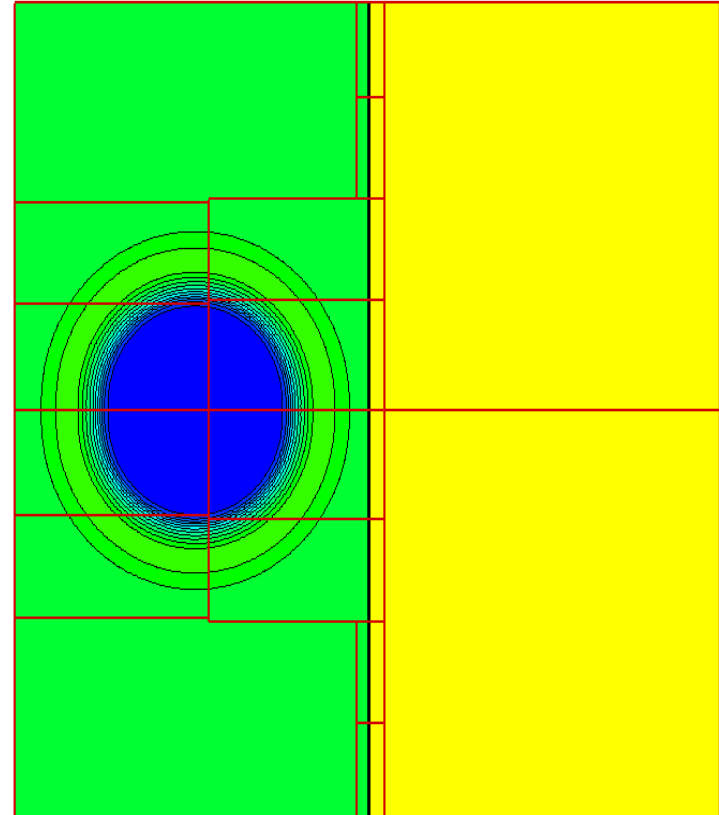
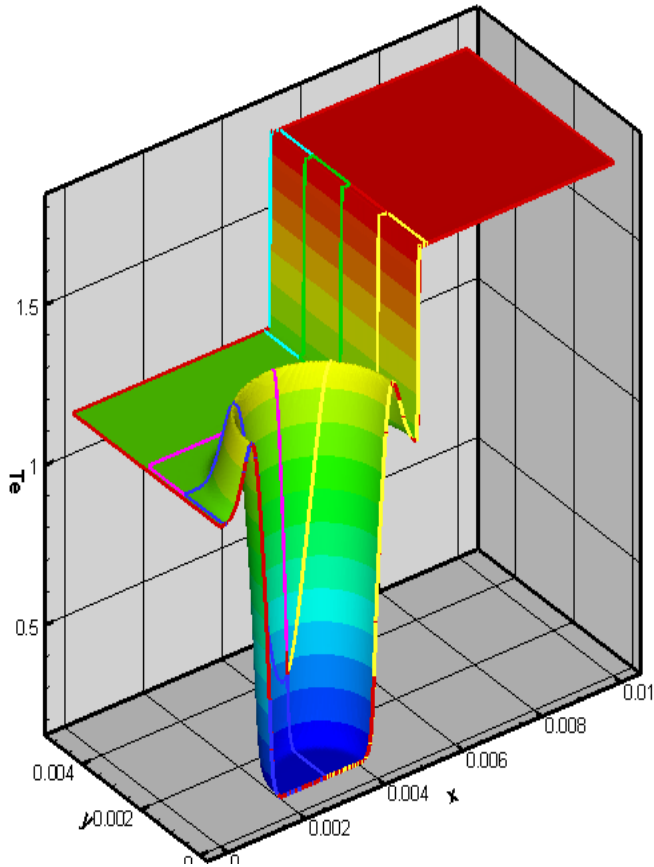
Temperature



H2

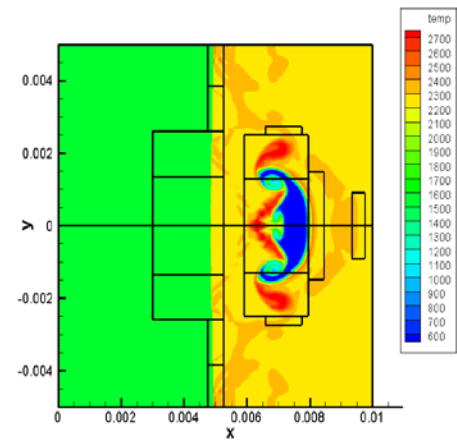
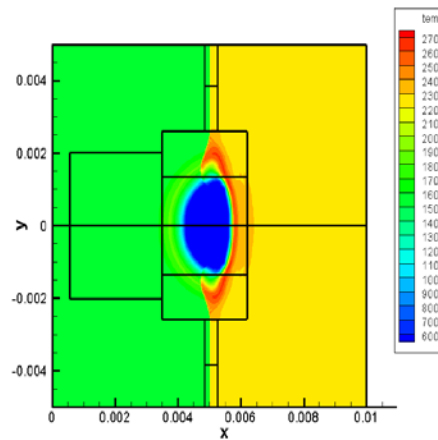
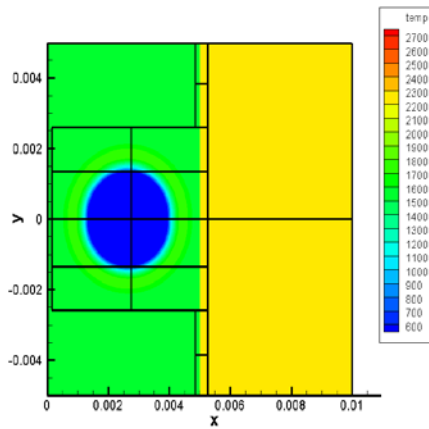
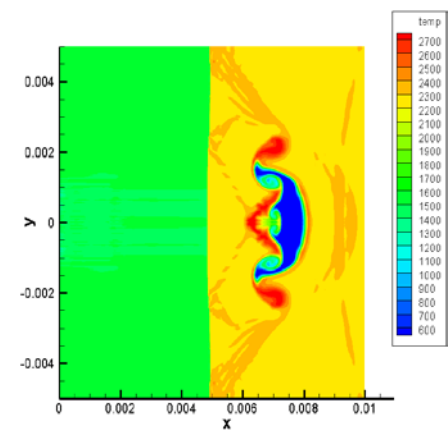
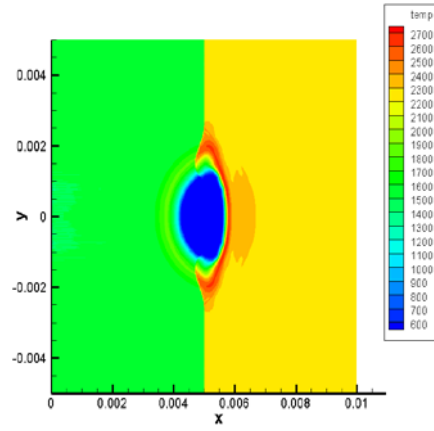
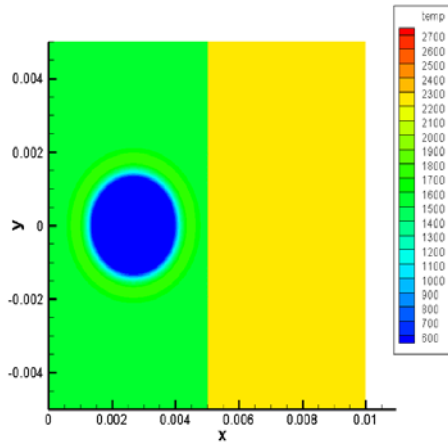
O2

TEMPERATURE

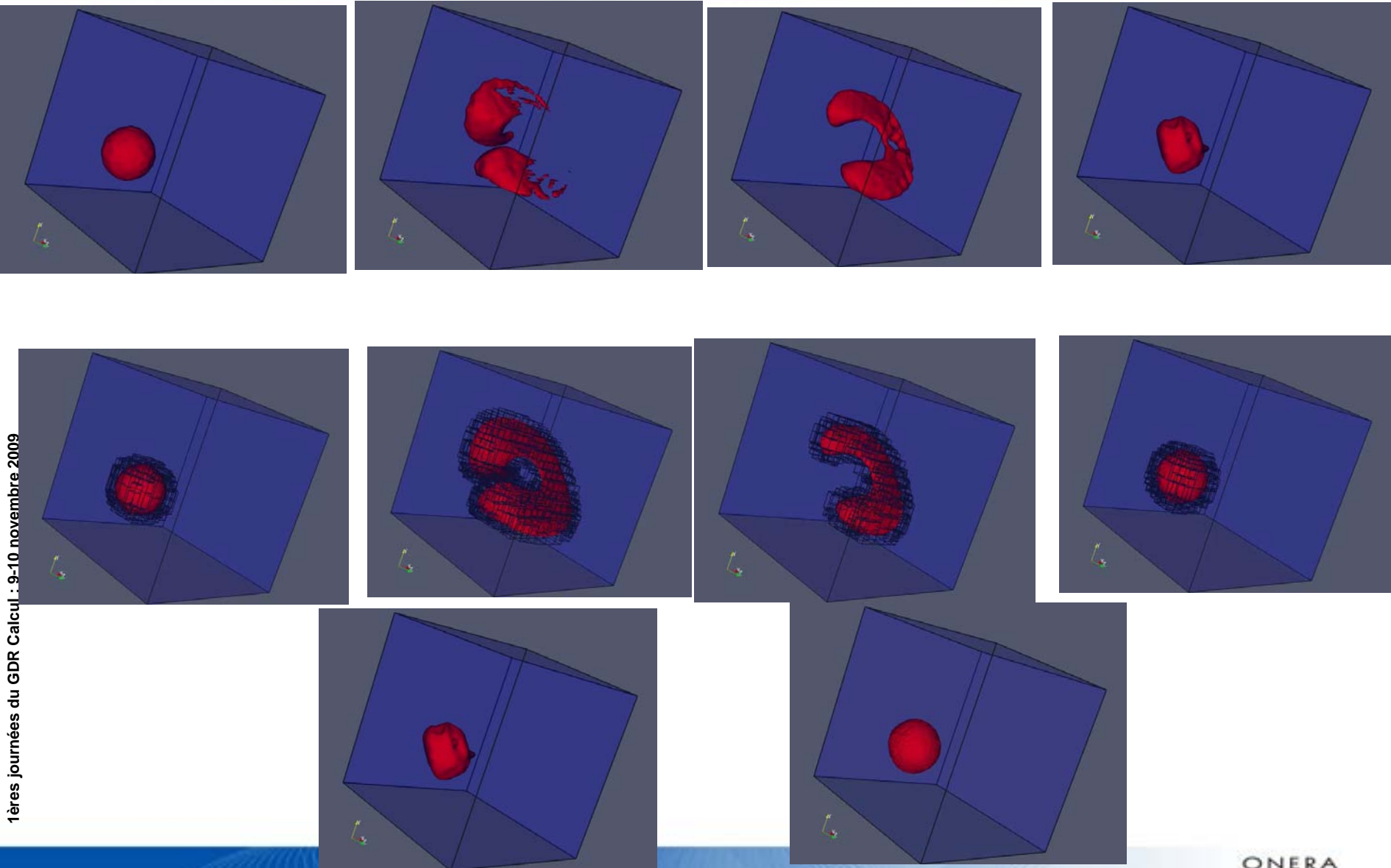


MAJIC-AMR Temperature Flow fields

2D - 1 Level

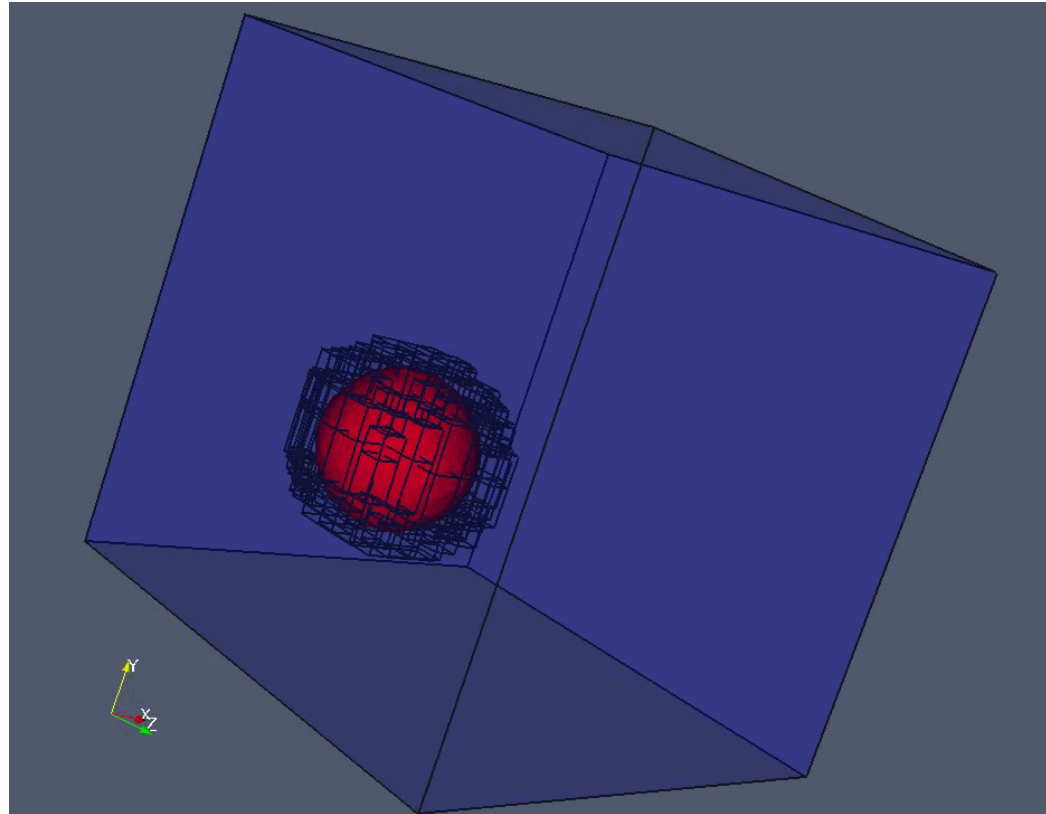


Multi-Echelle : Cas de la bulle (CEA)

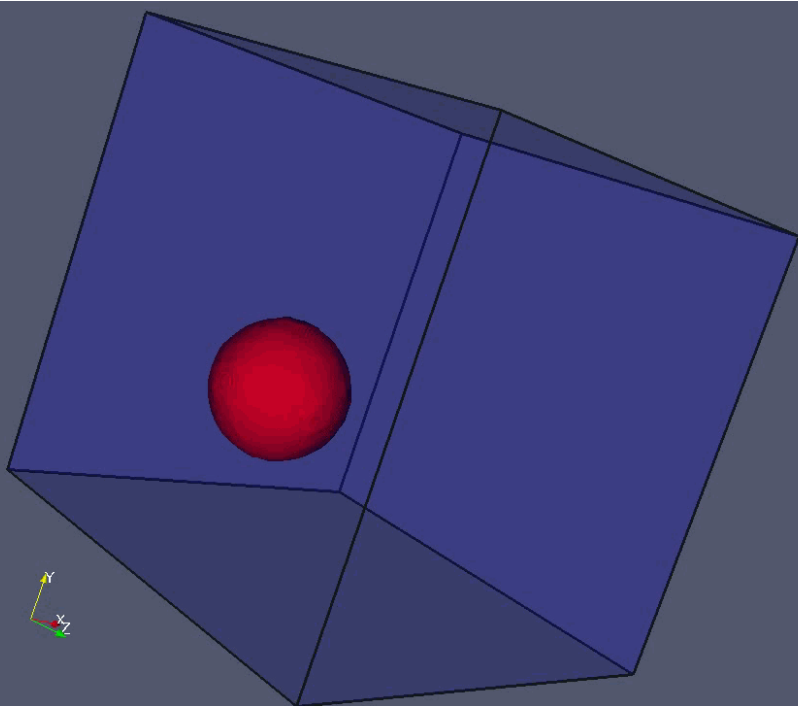


1ères journées du GDR Calcul : 9-10 novembre 2009

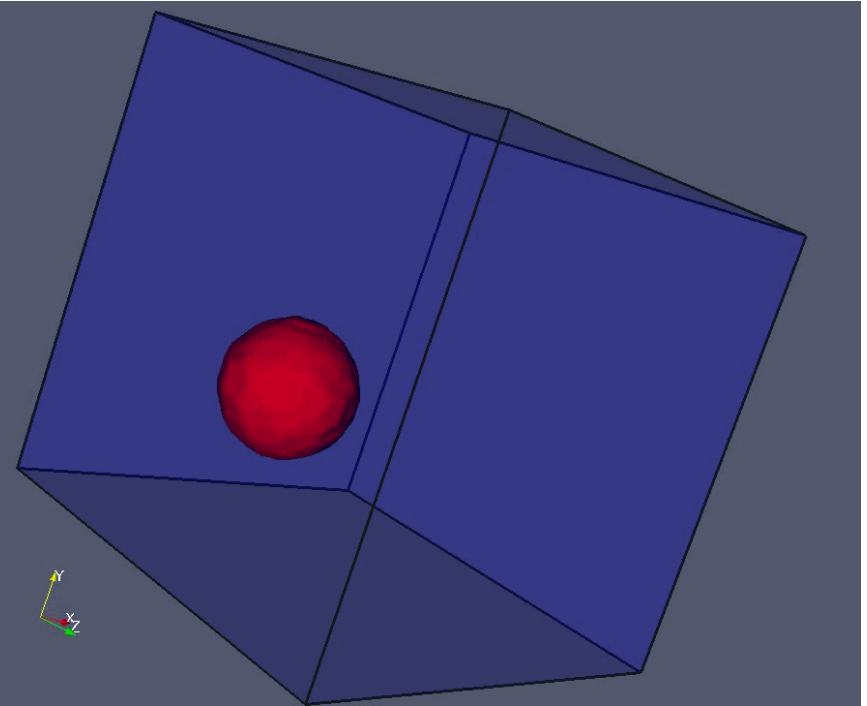
Multi-Echelle : Cas de la bulle (CEA)



Multi-Echelle : Cas de la bulle (CEA)



AVEC AMR



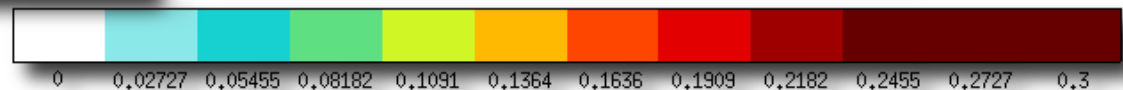
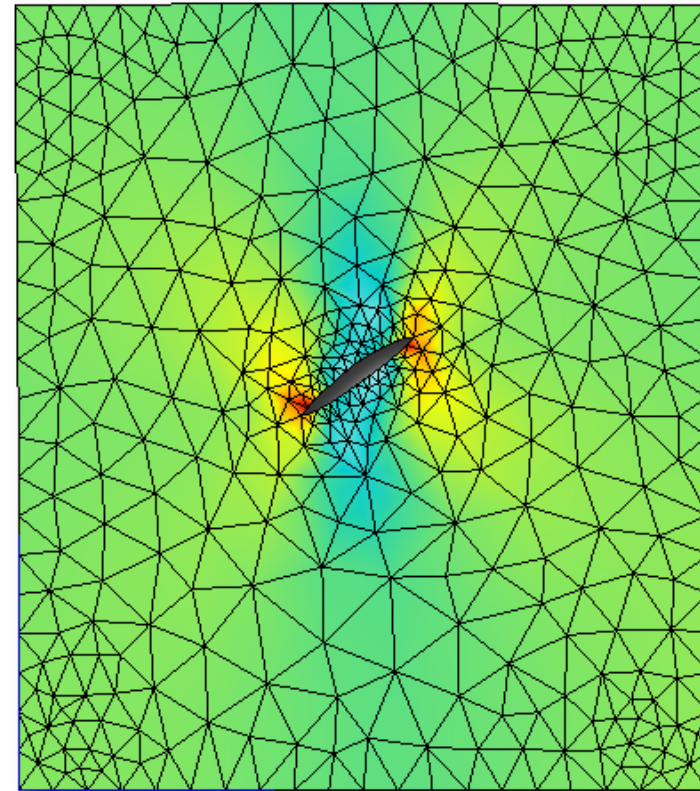
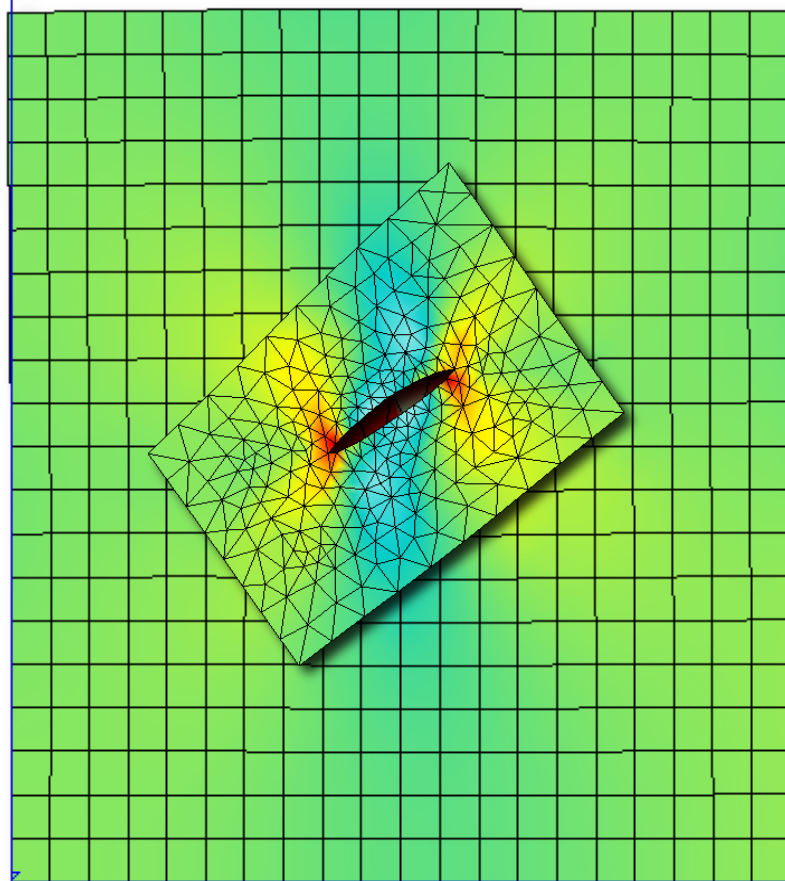
SANS AMR

GAIN DE 50

Extensions et perspectives

- Couplage Structuré non structuré (ARLEQUIN Ben Dhia ECP)
- Couplage DDM
(CLA L. Halpern, M.Gander, C. Japhet, F. Nataf)
- Perspectives

Approche Arlequin pour un problème de fissuration (Ben Dhia ECP)



sigmises map:1,00000 time:1

min:0,0192731 max:0,210093

Conditions aux limites artificielles (1)

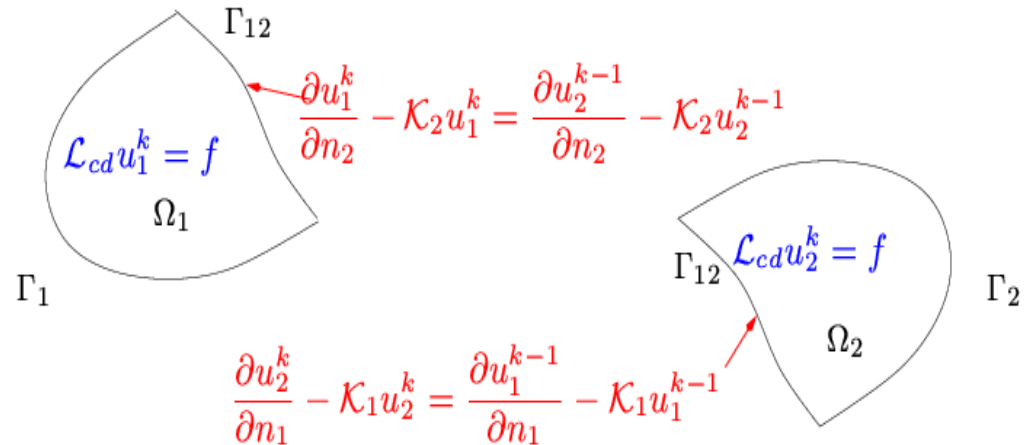
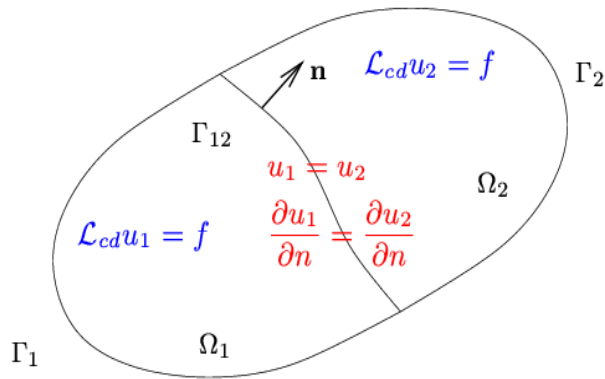
L. Halpern, M. Gander, V. Martin

Le problème

$$LU = f \quad \text{sur } \Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$$

$$B(U) = g \quad \text{sur } \Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$$

L'algorithme



$$\frac{\partial u_1}{\partial n_2} - \mathcal{K}_2 u_1 = \frac{\partial u_2}{\partial n_2} - \mathcal{K}_2 u_2$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial n_1} - \mathcal{K}_1 u_2 = \frac{\partial u_1}{\partial n_1} - \mathcal{K}_1 u_1$$

$\mathbf{K} = \mathbf{K}(\tau)$ minimise itérations de Schwarz espace temps

Meilleure approximation des conditions limites transparentes

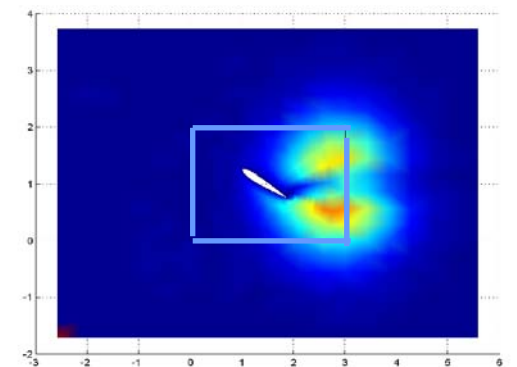
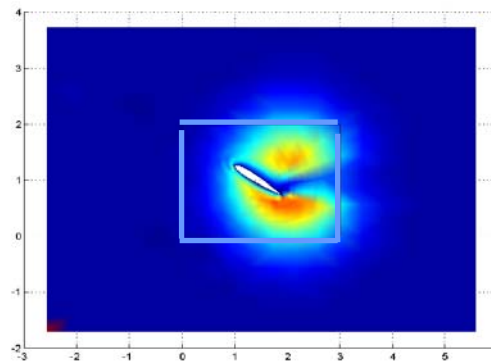
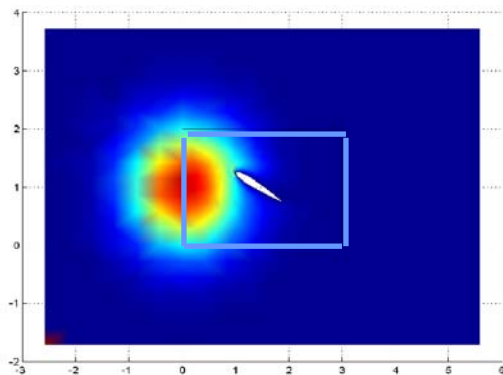
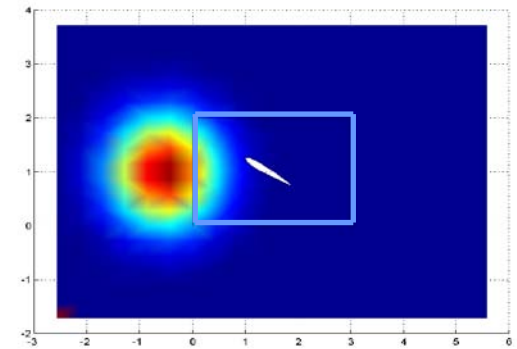
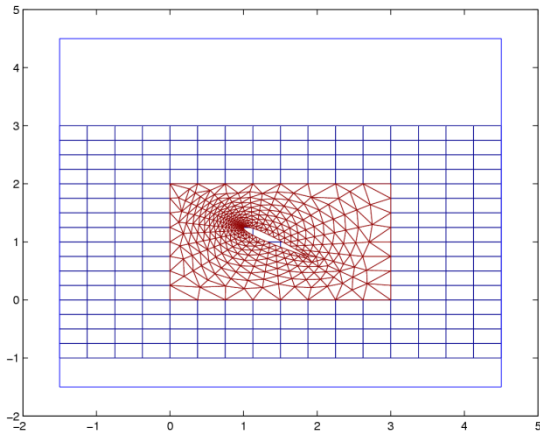
Conditions aux limites artificielles (2)

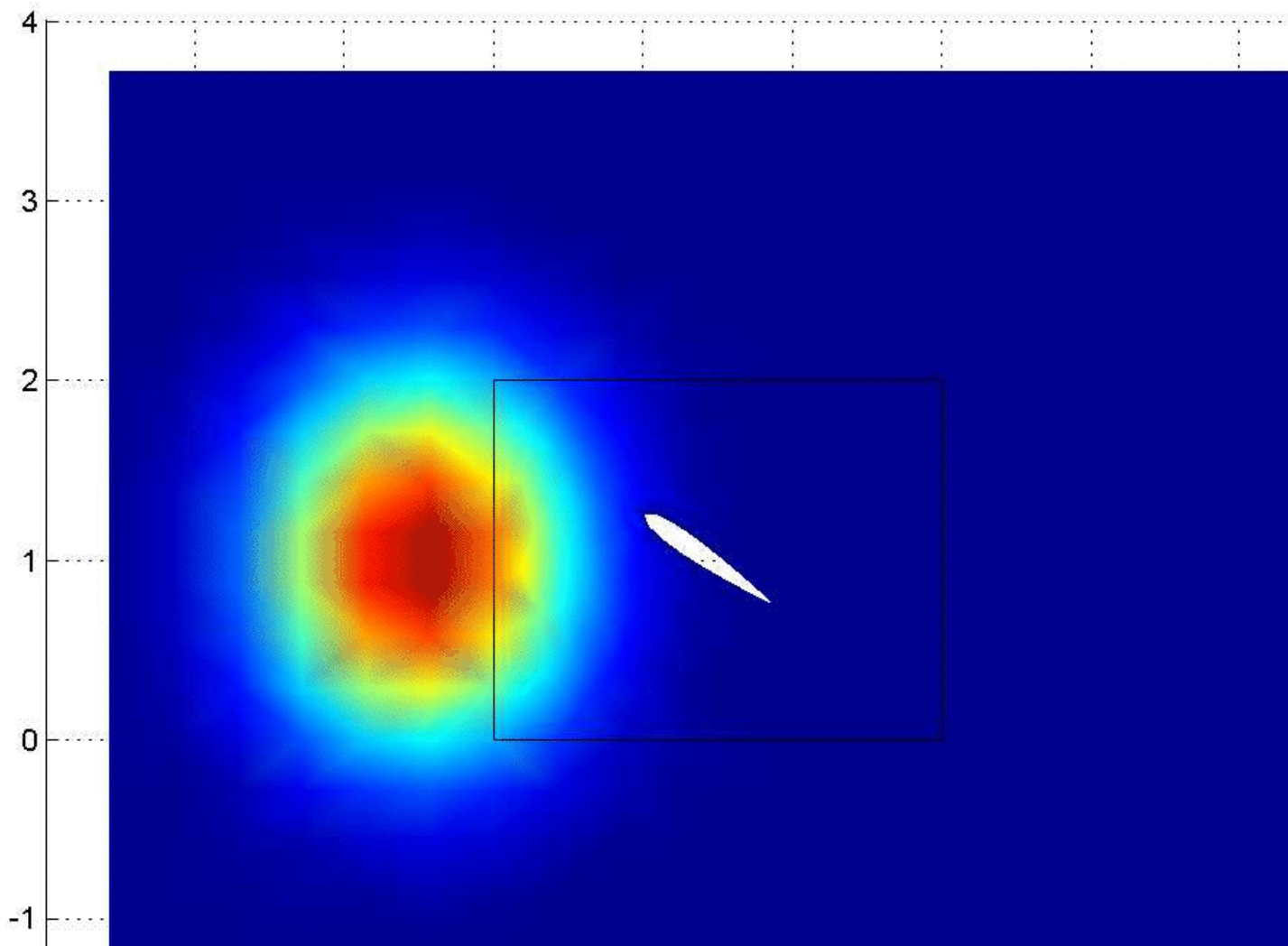
L. Halpern, M. Gander, V. Martin

Convection
Diffusion

Time Space
Artificial Boundary
Condition

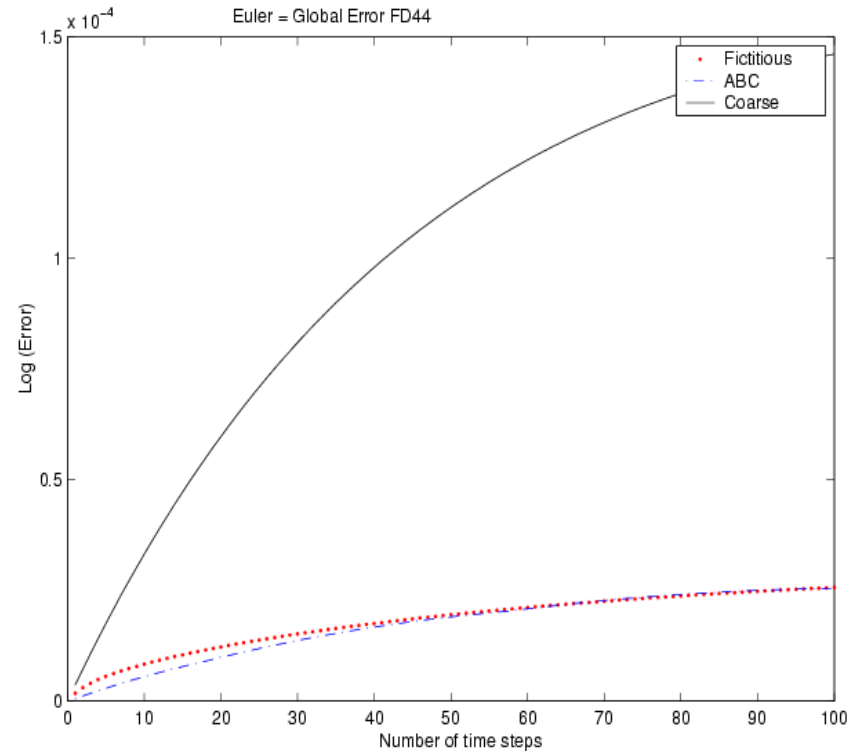
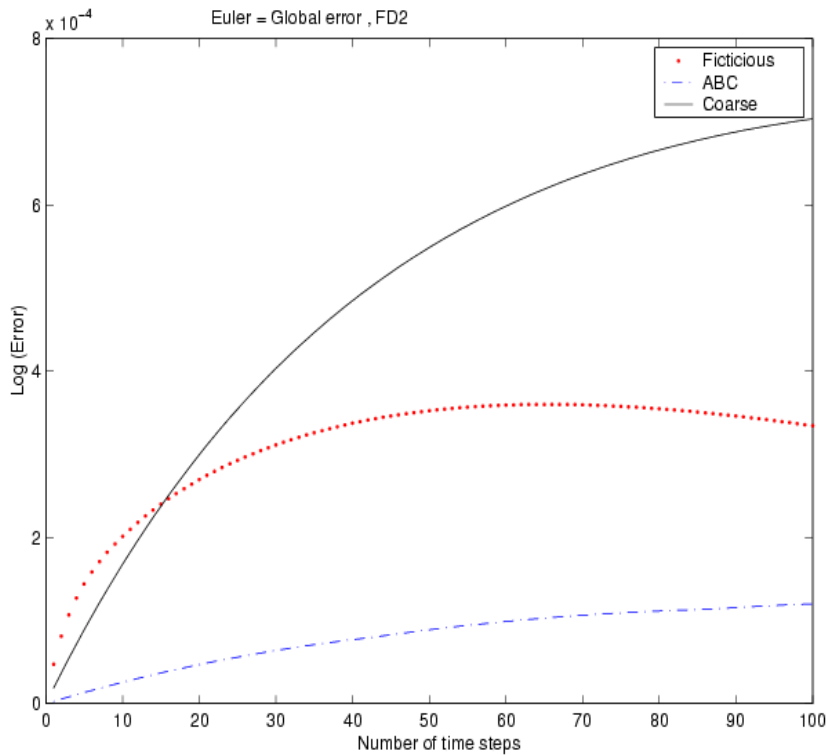
(M2AN 2002, Anfray,
Halpern, Ryan)





Comparison AMR –CLA

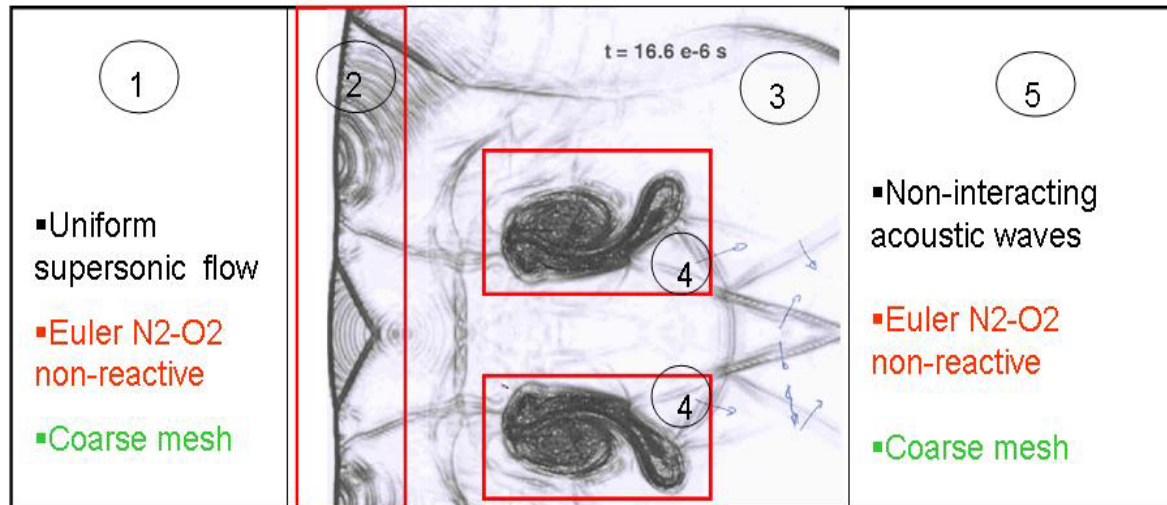
(L. Gouarin)



Perspectives Multi-echelles

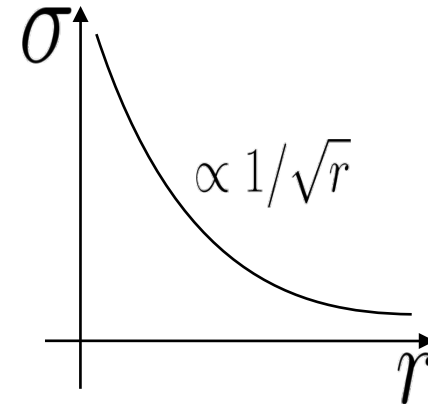
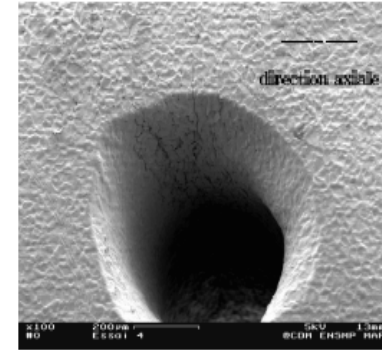
- AMR : Plateforme pour coupler # solveurs

H2 Bubble – Shock Interaction



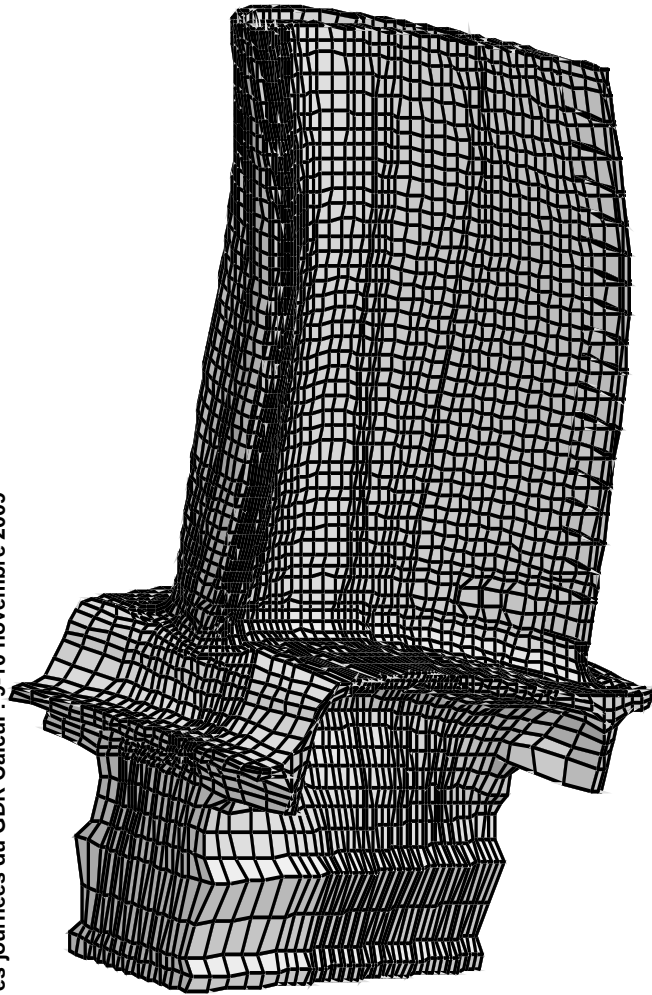
- 1 Uniform supersonic flow
 - 2 Shock- bubble interaction
 - 3 Interacting acoustic waves
 - 4 Vortex and flame front
 - 5 Non-interacting acoustic waves
- Euler N₂-O₂ non-reactive
 - Euler N₂-O₂ reactive
 - Euler N₂-O₂ reactive
 - Euler N₂-O₂ non-reactive
 - Navier-Stokes multi-species reactive
 - Navier-Stokes multi-species reactive
 - Navier-Stokes multi-species reactive
 - Navier-Stokes multi-species reactive
- Coarse mesh
 - Fine mesh
 - Fine mesh
 - Very fine mesh
 - Coarse mesh

Perspectives : Application Structure AUBE



Prise en compte précise des trous fondamentale, conditionne l'amorçage des fissures

Perspectives : Application Structure AUBE



- Force brutale (mailler finement les trous) illusoire ($> 2 \cdot 10^6$ ddl)

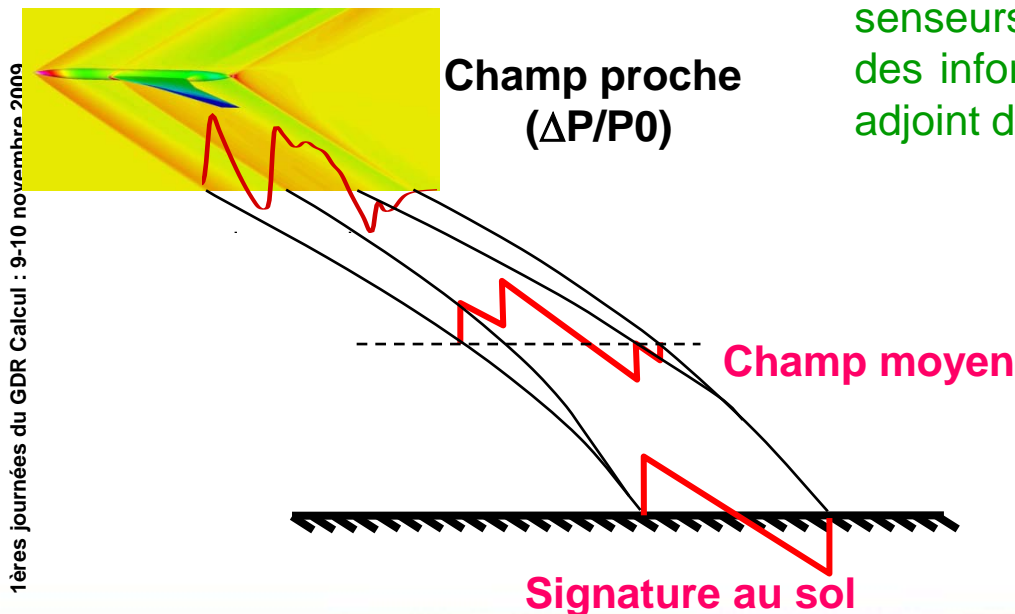
- *Technique de patches*

Perspectives : Bang Sonique

Prévision stationnaire

- Calcul CFD complet de la source au sol trop coûteux et inadapté – hors de portée aujourd'hui.
- Point dur: prévision du champ proche - forte dépendance du résultat de la prévision de la trace au sol à la capture du champ proche (présence de forts gradients tridimensionnels)

- **Objectif:** effort sur la génération/adaptation du maillage (chimère / AMR) – utilisation de senseurs intelligents s'appuyant sur l'utilisation des informations issues de la résolution de l'état adjoint des eq. de NS.



- Prévision fine de la trace au sol stationnaire du bang sonique d'un corps se déplaçant dans l'atmosphère à vitesse supersonique.