

Méthode HCA et couplage avec les matrices H^2 pour la résolution des équations intégrales volumiques en électromagnétisme basse fréquence.

Contexte : La conception de nouveaux dispositifs à usage civil ou militaire repose de plus en plus sur la simulation numérique. En effet, celle-ci permet pour un coût réduit de tester une large gamme de configurations. Pour réaliser ces simulations en électromagnétisme, une des méthodes usuelles repose sur la description du problème par des équations intégrales (de frontière ou volumiques).

Après discrétisation, ces équations intégrales conduisent à la résolution de systèmes linéaires avec une matrice dense. **Ainsi la difficulté se concentre sur 2 étapes principales : la construction de la matrice du problème et la résolution du système linéaire $Ax=b$.**

Le coût de calcul par méthode directe (temps et place mémoire pour stocker le système) s'avère vite prohibitif. Une solution consiste à utiliser une méthode itérative couplée à un calcul rapide du produit matrice-vecteur. Ce dernier peut être réalisé à l'aide de techniques multipolaires multi-niveaux (FMM) ou à l'aide d'un formalisme basé sur la décomposition en matrices hiérarchiques [1] et la compression par ACA ou HCA [2,3]. Ces techniques sont purement algébriques et permettent de définir des approximations de rang faible pour une large proportion de sous-blocs de la matrice initiale. L'HCA nécessite cependant un développement spécifique selon l'équation intégrale discrétisée à laquelle elle est appliquée.

Une fois cette représentation en matrice hiérarchique obtenue, il est possible de développer une arithmétique générale, des techniques d'inversion approchée tout en travaillant avec une efficacité optimale (évolutions du coût mémoire et du temps de calcul quasi-linéaires avec le nombre d'inconnues). La résolution peut ainsi être largement compétitive vis-à-vis des méthodes classiquement utilisées pour les calculs nécessitant la prise en compte de phénomènes en domaines non bornés.

Sujet : L'objectif de ce stage sera de mettre en œuvre l'HCA [6] sur des codes de simulation basés respectivement sur des méthodes intégrales volumiques i.e. la méthode des moments magnétiques (MMM) et sur une formulation en potentiel scalaire (PS). Actuellement l'assemblage par la technique ACA est déjà disponible. Le travail consistera donc à implémenter un module donnant lieu à un assemblage de la matrice A directement dans le format matrice H^2 [4, 5] en s'appuyant sur l'HCA. Il s'agira ensuite de tester les outils de résolution sur diverses applications d'intérêt des méthodes intégrales.

Applications visées : Ce stage a pour cadre du projet ANR TensorVim [TVIM], on s'intéressera donc en particulier à la simulation de dispositifs électromagnétiques (électro-aimants, transformateurs, propulseurs spatiaux, ...) donnant lieu à la résolution des équations de Maxwell en magnétostatique.

Références :

[1] M. Bebendorf, *Approximation of boundary element matrices*, Numerische Mathematik, vol. 86, no. 4, pp. 565–589, Oct. 2000.

Voir : <http://www.springerlink.com/index/10.1007/PL00005410>

[2] W. Hackbusch, *A sparse matrix arithmetic based on H-matrices. Part I: Introduction to H-matrices*, Computing, vol. 62, pp. 89–108, 1999.

Voir : <http://dx.doi.org/10.1007/s006070050015>

[3] W. Hackbusch and Z. Nowak, *On the fast matrix multiplication in the boundary element method by panel clustering*, Numerische Mathematik, vol. 54, pp. 463–491, 1989.

Voir : <http://dx.doi.org/10.1007/BF01396324>

[4] Wolfgang Hackbusch, Boris Khoromskij, Stefan Sauter, *On H2-matrices*, Lectures on Applied Mathematics (2002), page 9-29, Springer Berlin.

Voir : <http://www.mis.mpg.de/de/publications/preprints/1999/prepr5099-abstr.html>

[5] Steffen Börm, *Efficient Numerical Methods for Non-local Operators: H^2 -Matrix Compression, Algorithms and Analysis*, EMS, Tracts in Mathematics 14.

[6] Börm, S., & Grasedyck, L. (2005). Hybrid cross approximation of integral operators. Numerische Mathematik, 101(2), 221-249.

Voir : <http://dx.doi.org/10.1007/s00211-005-0618-1>

Profil recherché : Le candidat de formation mathématiques appliquées devra posséder un bon niveau de programmation (python mais des notions de fortran sont un plus) et montrer un intérêt pour l'utilisation des méthodes numériques pour résoudre les problèmes physiques.